Philipp Munz

Konzeption eines Partialmodells

zur Berechnung der Risikotragfähigkeit eines Schaden- und Unfallversicherers

eingereicht als

DIPLOMARBEIT

an der

HOCHSCHULE MITTWEIDA

UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Mathematik / Physik / Informatik

Mittweida, 2010

Erstprüfer: Dipl.-Math. Bernd Fischer

Zweitprüfer: Dipl.-Math. Georg Ziereis-Luber

Vorgelegte Arbeit wurde verteidigt am: OFFEN

BIBLIOGRAFISCHE BESCHREIBUNG:

Munz, Philipp:

Konzeption eines Partialmodells zur Berechnung der Risikotragfähigkeit eines Schaden- und Unfallversicherers. –2010. – 92 Seiten, Stuttgart, Hochschule Mittweida (FH), Fachbereich Mathematik / Physik / Informatik, Diplomarbeit, 2010.

REFERAT

Die nachfolgende Arbeit untersucht den Standardansatz zur Berechnung der Kapitalanforderungen eines Schaden- und Unfallversicherers. Mit einem internen stochastischen Risikomodell wird überprüft ob individuelle Risikomodule den GDV - Standardansatz verbessern können und ein angepasstes Partialmodell zur Berechnung der Kapitalanforderungen konzipiert werden kann.

INAHLTSVERZEICHNIS

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

ASM	-	Ökonomische Eigenmittel
Assets_{xl}	-	Marktwert der Kapitalanlagen
b_{xy}	-	Steigung der Regressionsgeraden (Trend der Ereignisschadenanzahl über die Anfalljahre)
BaFin	-	Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht
BSCR	-	Basis-Solvenzkapitalanforderung
CEIOPS	-	Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors
Conc_i	-	Risikokapitalbedarf pro Gegenpartei im Konzentrationsrisiko
Def_i	-	Solvenzkapitalanforderung des Ausfallrisikos pro Gegenpartei
$E(X)$	-	Erwartungswert von X
$f(X;\theta)$	-	Dichtefunktion einer Zufallsvariable X und einem Parameter(Vektor) θ
$F_0(x)$	-	Hypothetische Verteilungsfunktion
$F_n(x)$	-	Empirische Verteilungsfunktion
$\hat{f}_k$	-	Chain-Ladder-Faktoren
GDV	-	Gesamtverband der Deutschen Versicherungswirtschaft e.V.
$G_{\xi,\sigma}(x)$	-	Verallgemeinerte Pareto Verteilung
H	-	Herfindahl-Index
H_0	-	Nullhypothese
$L(\theta)$	-	Likelihood Funktion mit Parameter(Vektor) θ
LGD	-	Loss Given Default (mögliche Verlusthöhe bei einem Ausfall der Gegenpartei)
LoB	-	Line of Business (Geschäftsfelder oder auch Versicherungszweige)
LR_{lob}^{y}	-	historische Nettoschadenquote pro Geschäftsfeld der

		Geschäftsjahre im Beobachtungszeitraum y.
M_{200}	-	Höhe eines 200-Jahresereignisses des Versicherungsmarktes
Mkt_{conc}	-	Solvenzkapitalanforderung des Konzentrationrisikos Marktrisiko
Mkt_{eq}	-	Solvenzkapitalanforderung des Aktienrisikos Marktrisiko
Mkt_{fx}	-	Solvenzkapitalanforderung des Fremdwährungsrisiko Marktrisiko
Mkt_{int}	-	Solvenzkapitalanforderung des Zinsänderungsrisiko Marktrisiko
Mkt_{int}^{down}	-	Solvenzkapitalanforderung des Zinsänderungsrisiko Marktrisiko nach Zinsrückgang
Mkt_{int}^{Up}	-	Solvenzkapitalanforderung des Zinsänderungsrisiko Marktrisiko nach Zinsanstieg
Mkt_{prop}	-	Solvenzkapitalanforderung des Immobilienrisiko Marktrisiko
Mkt_{sp}	-	Solvenzkapitalanforderung des Spreadrisiko Marktrisiko
NAV	-	Net Asset Value
ΔNAV	-	Werteveränderung des Net Asset Value
PD_i	-	Ausfallwahrscheinlichkeit pro Gegenpartei
P_{lob}	-	Best Estimate der Prämienrückstellung pro LoB
$P_{lob}^{y,e}$	-	verdiente Prämie der Geschäftsjahre im Beobachtungszeitraum y
PM	-	Partialmodell
$\widehat{R}_i$	-	Prognostizierte Rückstellung des Anfalljahres i
RV	-	Rückversicherung
QIS	-	Quantitative Impact Study (quantitative Auswirkungsstudie)
$S_{i,k}$	-	Schadenstände aus dem Anfalljahr i, die im k-ten Abwicklungsjahr bezahlt werden
SCR	-	Solvenzkapitalanforderung

$SCR_{ah_{cat}}$	-	Solvenzkapitalanforderung des Katastrophenrisikos vt. Risiko Unfall & Kranken
$SCR_{ah_{pr}}$	-	Solvenzkapitalanforderung des Prämienrisikos vt. Risiko Unfall & Kranken
SCR_{MMCat}	-	Solvenzkapitalanforderung des Katastrophenrisikos man-made in Nichtleben
$SCR_{nl_{Cat}}$	-	Solvenzkapitalanforderung des Katastrophenrisikos Nichtleben
$SCR_{nl_{NatCat}}$	-	Solvenzkapitalanforderung des Naturkatastrophenrisikos im Katastrophenrisiko Nichtleben
$SCR_{nl_{Pr}}$	-	Solvenzkapitalanforderung des Prämienrisikos Nichtleben
SCR_{ah}	-	Solvenzkapitalanforderung des vt. Risikos Nichtleben
SCR_{def}	-	Solvenzkapitalanforderung des Ausfallrisikos
SCR_{mkt}	-	Solvenzkapitalanforderung des Marktrisikos
SCR_{nl}	-	Solvenzkapitalanforderung des vt. Risikos Unfall & Kranken
SCR_{Op}	-	Solvenzkapitalanforderung des operationellen Risikos
SV	-	SparkassenVersicherung
SVG	-	SV Gebäudeversicherung AG
$V_{prem,lob}$	-	Volumenmaß des Prämienrisikos pro Geschäftsfeld
$V_{res,lob}$	-	Volumenmaß des Reserverisikos pro Geschäftsfeld
$VAR(X)$	-	Varianz von X
VU_{200}	-	Höhe der VU-Betroffenheit eines 200-Jahresereignisses
VU	-	Versicherungsunternehmen
Vt.	-	Versicherungstechnik
XS_i		Überschuss-Exposure im Konzentrationsrisiko
$Z_{i,k}$	-	Zahlungen (Zuwächse) für Schäden aus dem Anfalljahr i, die im k-ten Abwicklungsjahr bezahlt werden
μ_{lob}	-	Mittlere Schadenquote pro Geschäftsfeld
$\sigma_{prem,lob}$	-	Standardabweichung des Prämienrisikos pro Geschäftsfeld
$\sigma_{res,lob}$	-	Standardabweichung des Reserverisikos pro Geschäftsfeld

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

1 Motivation

Zwei Jahre vor Abschluss des Projektes Solvency II, steht der Standardansatz zur Berechnung der Risikokapitalanforderung für Versicherungsunternehmen (VU) kurz vor seiner Fertigstellung. Ende 2010 startet eine letzte quantitative Auswirkungsstudie die mit Hilfe der Unternehmen den Standardansatz vollenden wird. Alle Versicherungsunternehmen, die nicht über ein internes stochastisches Risikomodell verfügen, welches von der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) zertifiziert wurde, müssen das in der Arbeit vorgestellte Standardmodell rechnen[1]. Dabei ist es nicht von Bedeutung, wie sich das Portfolio aus den einzelnen Versicherungssparten eines Versicherungsunternehmens zusammensetzt. Genau hier könnten sich die Defizite des Standardansatzes verbergen. Ein Versicherungsunternehmen, welches ein markübliches Portfolio aufweist kann sicherlich das Standardmodell bedenkenlos zur Ermittlung des Risikokapitalbedarfs verwenden, da das Modell mit dem versicherungstechnischen Portfolio des Marktes konzipiert wurde. Die SV Gebäudeversicherungs AG (SVG), als Schaden und Unfall Versicherer besitzt durch den Erwerb des ehemaligen Gebäudemonopols einen enorm hohen Anteil an Gebäudeversicherungen. Diese Sparte birgt beträchtliche Risiken die durch ihr immenses Schadenpotenzial dementsprechende Absicherungen benötigen. Es stellt sich die Frage, ob der Standardansatz die Risikosicht auch für ein solches Versicherungsportfolio ausreichend abbilden kann. Oder ist es erforderlich die benötigte Kapitalanforderung des Versicherungsunternehmens vollständig über ein internes stochastisches Risikomodell zu bestimmen. Zweifelsohne bildet ein internes Modell das Versicherungsunternehmen detaillierter ab und kann durch die Wertorientierte Steuerung in ganz andere Dimensionen vorstoßen. Um ein internes Modell für die Risikobewertung nutzen und um auf die Berechnung mit dem Standardansatz verzichten zu können, braucht es einen langwierigen und zähen Prozess der Zertifizierung. Dabei prüft die BaFin, ob das interne Modell die

[1] Aufgrund einer möglichen Modifizierung der zukünftigen Auswirkungsstudie sind kleine Abänderungen denkbar.

Risikobewertung ausreichend gut vornimmt. Diese Prüfung ist aufgrund des Zeitanspruchs, hoher Kosten, eines sehr hohen Dokumentationsaufwands und einer immensen geforderten Transparenz gegenüber der BaFin nicht von jedem Unternehmen gewünscht. Eine andere Variante ist die Entwicklung eines Partialmodells. Falls Annahmen der Formeln aus dem Standardansatz für einzelne Risiko-Module oder Subrisikomodule signifikant vom unternehmensspezifischen Risikoprofil abweichen, kann bei den jeweiligen Modulen über die Verwendung von partiellen internen Modellen nachgedacht werden. Beim Partialmodell werden somit nur individuelle Kapitalanforderungen aus dem Standardansatz mit einem internen Modell ermittelt und die Restlichen weiterhin mit dem Standardmodell gerechnet. Dies ist zum Einen eine gute Übergangslösung bis zur Zertifizierung eines internen stochastischen Risikomodells und zum Anderen können Schadengefahren besser erkannt und quantifiziert werden.

1.1 Ziel der Diplomarbeit

Die nachfolgende Arbeit untersucht den Standardansatz zur Berechnung der Kapitalanforderungen eines Schaden- und Unfallversicherers. Mit einem internen stochastischen Risikomodell wird überprüft, ob individuelle Risikomodule den GDV-Standardansatz in die Realität besser abbilden können und ein angepasstes Partialmodell zur Berechnung der Kapitalanforderungen konzipiert werden kann.

1.2 Aufbau der Diplomarbeit

In der folgenden Arbeit wird in Kapitel 2 zunächst ein Überblick über das Projekt Solvency II gegeben, aus dem der GDV-Standardansatz resultiert. Der GDV-Standardansatz dient dem Ziel der Arbeit als Grundlage. Er wird im Kapitel 3 beschrieben und sein Formalismus detailiert ausgeführt. Insbesondere die Ermittlung der Risikokapitalanforderung wird gesondert untersucht. Eine andere Möglichkeit ist, das geforderte Risikokapital über ein internes stochastisches Risikomodell zu ermitteln. Auf welchen Vorgaben dies durchzuführen ist und wie solch ein Modell aussehen könnte, wird unter anderem am Beispiel der SV Gebäudeversicherung AG im Kapitel 4 beschrieben. Im Weiteren werden die aktuariellen Methoden zur Modellierung der

Kumulschäden vorgestellt. Auf den Kapiteln 3 und 4 aufbauend, wird im Kapitel 5 das Partialmodell definiert und es werden die zwei vorgestellten Modelle verglichen. Daraus soll sich ein Vorschlag eines Partialmodells für die SV Gebäudeversicherung AG ableiten, welches die Vorzüge beider Modelle und die unternehmensindividuellen Interessen kombiniert. In Kapitel 6 wird das Ergebnis zusammengefasst, bevor Empfehlungen an das Unternehmen und ein Ausblick die Arbeit vollenden.

2 Solvency II

Die europäischen Vorgaben für die Überwachung der Versicherungsunternehmen sollen mit dem Projekt Solvency II grundlegend verändert werden[2]. Das zumindest ist die gegenwärtige Planung der Europäischen Kommission CEIOPS (**C**ommittee of **E**uropean **I**nsurance and **O**ccupational **P**ensions **S**upervisors). Diese legte dem Europäischen Parlament Mitte 2007 einen Vorschlag neuer Rahmenrichtlinien für VU vor. Anfang April 2009 wurde diese Richtlinie von dem EU-Rat und dem EU-Parlament angenommen. Mit der Umsetzung von Solvency II in deutsches Recht ist bis 2013 zu rechnen.

Ähnlich wie bei Banken soll das System zur Bestimmung der aufsichtsrechtlichen Kapitalanforderungen auf einem Drei-Säulen-Modell aufbauen. Im Unterschied zu den Banken, wo das Projekt Basel II den Fokus auf die Einzelrisiken legt, soll in dem zukünftigen Modell für Versicherungen vielmehr ein ganzheitliches System zu Gesamtsolvabilität im Blickpunkt stehen.

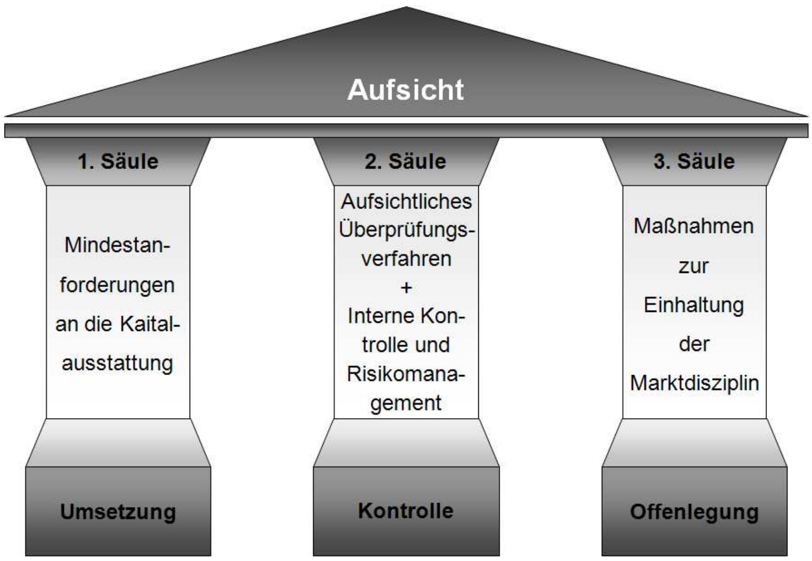


Abbildung 1: Überblick Solvency II

Das Projekt Solvency II umfasst drei grundlegende Domänen, welche die Abbildung 1 trefflich wiedergibt. Die Richtlinien im Zusammenhang mit der ersten Säule beschäftigen sich mit den aufsichtsrechtlichen Eigenmittelanforderungen, die auf der

[2] Vgl. [1] GDV (2009), S. 9.

Gesamtsolvabilität des Unternehmens unter Berücksichtigung sämtlicher für das Unternehmen relevanter Risiken aufbauen[3]. In der zweiten Säule wird das Risikomanagementsystem des Versicherungsunternehmens in die Pflicht genommen. Sie umfasst vor allem qualitative Anforderungen wie beispielsweise Anforderungen an interne Modelle und Prozess- und Dokumentationsanforderungen sowie deren Kontrollen. Die dritte Säule beinhaltet die Offenlegungsvorschriften zur Förderung von Markttransparenz und Marktdisziplin[4].

Die folgende Ausarbeitung beschäftigt sich ausschließlich mit der ersten Säule. Die dafür geplanten Aktivitäten zielen auf die Entwicklung der Anforderungen an die Modelle, mit denen das Risikokapital berechnet werden kann ab. Dazu wurden seit Ende 2005 erste Feldstudien – sogenannte Quantitative Impact Study, kurz QIS – durchgeführt, bei denen die Berechnung des Solvenzkapitals im Vordergrund steht. Ziel ist es, ein Standardmodell zur Berechnung der Kapitalanforderungen zu entwickeln. Jedes Versicherungsunternehmen ist nach Inkrafttreten von Solvency II gezwungen, unter Verwendung des Standardmodells das benötigte Solvenzkapital zu berechnen.

Die vierte Auswirkungsstudie (QIS4), die zum Stichtag 31.12.2007 erstellt wurde, war die bisher letzte Auswirkungsstudie der CEIOPS für Europa. Da davor jedes Jahr eine Studie von den Versicherungen erstellt wurde, und für den Stichtag 31.12.2008 von der CEIOPS noch kein QIS5 getestet werden konnte, beschlossen einige Länder eine eigene Auswirkungsstudie zu starten. Der GDV leitete eine Auswirkungsstudie für alle deutschen Versicherer ein, um eigene Ideen und Berechnungsvarianten zu testen. In Anlehnung an QIS4 wurde vom GDV die Auswirkungsstudie QIS4b initiiert. Dieser daraus hervorgehende GDV- Standardansatz ist die Grundlage für die folgende Ausarbeitung.

[3] Vgl. [1] GDV (2009), S. 9.

[4] Vgl. [7] KPMG (O.J.), O.S. www.kpmg.de/Themen/1801.htm

3 Der GDV – Standardansatz

Im Gegensatz zu den bisherigen Vorschriften zur Solvabilität für Versicherungsunternehmen soll der neue Ansatz eine prospektive und risikoorientierte ökonomische Sichtweise wiedergeben. Auf einem Gesamtbilanzansatz werden Vermögenswerte und Verbindlichkeiten zum Bilanzstichtag 31.12.2008 zu Marktwerten bewertet[5]. In der Regel werden dabei Kapitalanlagen auf Seiten der Aktiva zu Marktpreisen angesetzt und versicherungstechnischen Rückstellungen auf Seiten der Passiva nach einem bestmöglichen Schätzwert („Best Estimate“) zusammen mit einer Risikomarge[6] bewertet. Die Eigenmittel ergeben sich anschließend aus der Differenz von Kapitalanlagen und Verbindlichkeiten[7] mit dem Resultat einer ökonomischen Solvenzbilanz, der QIS4b-Bilanz. Mit Hilfe dieser Bilanz wird das Verhältnis zwischen den Eigenmitteln und den Kapitalanforderungen, die aus dem Abschnitt 3.2 resultieren, ermittelt. Dieses Verhältnis, die sog. Bedeckungsquote, ist die zentrale Kennzahl des Standardansatzes und beschreibt wie gut das Versicherungsunternehmen gegen Risiken geschützt ist. Das Besondere bei der QIS4b-Bilanz gegenüber anderen Bilanzen ist, dass die Eigenmittel erst ermittelt werden können, wenn das Gesamtrisikokapital resultierend aus der SCR-Berechnung und die damit verbundene Risikomarge berechnet wurden (siehe Abbildung 2). Die Berechnung des Gesamtrisikokapitals ist kein Bestandteil der QIS4b-Bilanz, aber ein entscheidender Bestandteil des GDV- Standardansatzes.

[5] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S. 3.

[6] Barwert der Kapitalkosten für zukünftig zu haltendes Solvenzkapital bis zur Abwicklung der Verpflichtungen aus bestehendem Bestand.

[7] Vgl. [10] Versicherungswirtschaft (11/2008), S. 912.

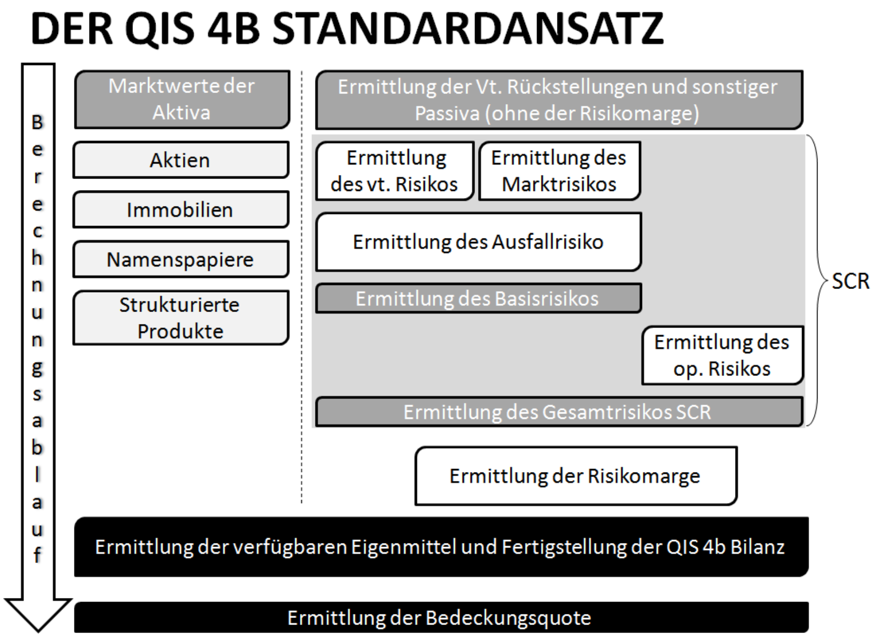


Abbildung 2: Berechnungsablauf des Standardansatzes

Im ersten Kapitel wird die QIS4b-Bilanz vorgestellt und Berechnungsmöglichkeiten auf Seiten der Aktiva und Passiva dargelegt. Im Anschluss erfolgt die Ermittlung der Solvenzkapitalanforderungen über eine genaue Darstellung der SCR-Struktur, um dann mit der Berechnung der daraus resultierenden Risikomarge den Standardansatz zu vervollständigen.

Der GDV- Standardansatz ist vom GDV komplett in ein Excel- Makro umgesetzt worden und unterstützt das Unternehmen enorm bei der Ermittlung, da nach Eingabe der Werte fast alle Berechnungen automatisch erfolgen.

3.1 Die QIS4b-Bilanz

Die Bilanz des GDV- Standardansatzes gibt Aufschluss über die vorhandenen ökonomischen Eigenmittel eines Versicherungsunternehmens. Dabei sind eine europäische Harmonisierung der Bewertungsprinzipien und die Kompatibilität mit der internationalen Rechnungslegung (IFRS) angestrebt. Dies zielt vor allem darauf ab, gleiche Daten für Rechnungslegungs- und Aufsichtszwecke zu verwenden. Aufgrund unterschiedlicher Interessen und Zielsetzungen lässt sich jedoch keine vollständige Vereinheitlichung erreichen. Beispielsweise verfolgen die internationalen Rechnungslegungsvorschriften eher die Interessen der Investoren, dagegen sind bei

Solvency II die Interessen der Versicherten in den Vordergrund gestellt. Zur Bestimmung der QIS4b-Bilanz können aber grundsätzlich die IFRS-Bestimmungen der Aktivseite zugrunde gelegt werden[8]. Auch aus der HGB-Bilanz lassen sich speziell auf Seiten der Passiva einige Bilanzposten für die Solvenzbilanz verarbeiten.

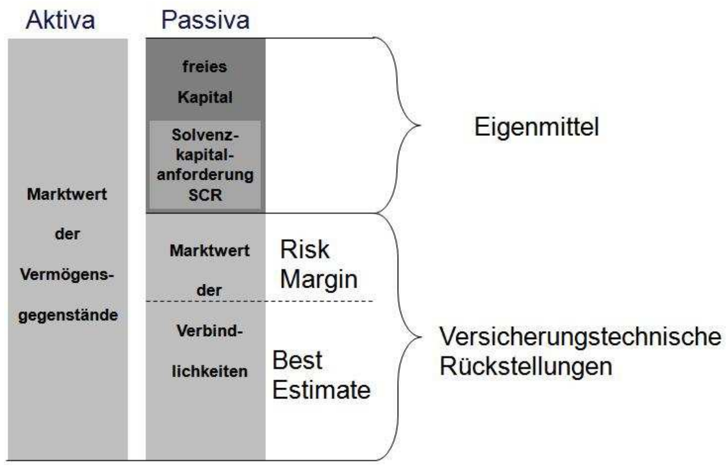


Abbildung 3: Die Komponenten der QIS4b-Bilanz

Mit der QIS4b-Bilanz werden die Grundlagen für die weiteren Berechnungen gelegt. So werden Risiken, die für die Bestimmung der Kapitalanforderungen gebraucht werden über die jeweilige Aktiv- und Passivposten ermittelt. Ziel des GDV- Standardansatz ist es, mit Hilfe der Eigenmittel die Bedeckungsquote zu bestimmt.

3.1.1 Marktwerte der Aktiva

Die Marktwerte auf Seiten der Aktiva setzen sich überwiegend aus Kapitalanlagen und aus Rückerstattungen durch Rückversicherer zusammen. Vor allem die Kapitalanlagen bilden in der Regel den größten Bestandteil. Für die Berechnung dieses Aktivpostens gruppiert QIS4b die Kapitalanlagen in „Kapitalmarktnahe“ Kapitalanlagen und „Andere“ Kapitalanlagen. Anlagen wie Schuldverschreibungen, Genussrechte, Nachranganleihen sowie Aktien und börsennotierte Beteiligungen sind Bestandteil der „Kapitalmarktnahen“ Kapitalanlagen. Bei diesen Anlagen ist der Börsenkurswert am Stichtag maßgeblich. Bei den „Anderen“ Kapitalanlagen stehen mehrere Methoden für die Ermittlung des Marktwertes zur Auswahl. Unter „Andere“ Kapitalanlagen

[8] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S. 3.

verbergen sich nicht börsennotierte Anlagen wie Darlehen und Namenspapiere, nicht börsennotierte Aktien und Gesellschaftsanteile, Grundstücke und Immobilen und strukturierte Produkte[9]. Für diese Anlagen werden vom GDV verschiedene Methoden zur Ermittlung des Marktwertes vorgeschlagen.

Marktwertbestimmung von Darlehen und Namenspapieren

Für den Fall, dass alle zukünftigen Zahlungen genau bestimmbar sind, wird durch das Abzinsen der Zahlungen auf den Bilanzstichtag der genaue Marktwert ermittelt. Die dabei angewandte Barwertmethode wird favorisiert, da sie den Marktwert am besten wiedergibt. Eine andere Möglichkeit besteht darin, einen adäquaten Kalkulationszinssatz hinsichtlich der Eigenschaften (z.B. Restlaufzeit und Bonität) des zu bewertenden Produkts zu bestimmen. Dies ist über eine vergleichbare, börsennotierte Anleihe desselben Emittenten möglich.

Marktwertbestimmung nicht börsennotierter Aktien und Gesellschaftsanteile

Drei Herangehensweisen werden hier für die Marktwertbestimmung empfohlen. Die Ertragswert-Methode, der Kennziffern-Vergleich und die Equity-Methode. Bei der Ertragswertmethode werden die zukünftigen zu erwartenden Einnahmeüberschüsse unter Ansatz eines Kapitalisierungszinssatzes auf den Barwert zum Bewertungsstichtag abgezinst. Beim Kennziffern-Vergleich findet eine Gegenüberstellung der Kennziffern des Beteiligungsunternehmens mit einem vergleichbaren börsennotierten Unternehmen statt. Dem Beteiligungsunternehmen wird ein Marktwert in Höhe des Börsenwertes zum Bilanzstichtag des vergleichbaren Unternehmens zugrunde gelegt. Mit der Equity-Methode bestimmt das Versicherungsunternehmen den Beteiligungswert über das anteilige Eigenkapital. Der Beteiligungswert der Versicherung soll so spiegelbildlich zur Entwicklung des anteiligen Eigenkapitals an der beteiligten Gesellschaft dienen.

[9] Anlageprodukte, die aus einem Derivat und einem oder mehreren anderen Finanzinstrumenten bestehen.

Marktwertbestimmung von Grundstücken und Immobilien

Bei Grundstücken und Immobilien wird ähnlich der nicht börsennotierten Aktien und Gesellschaftsanteile ein Vergleich oder Ertragswert angewandt. Aus dem Vergleichswertverfahren bzw. aus dem vereinfachten Ertragswertverfahren resultiert der Marktwert dieser Anlagen.

Marktwertbestimmung von strukturierten Produkten[10]

Eine Möglichkeit zur Bestimmung des Marktwertes ist die Zerlegung der strukturierten Produkte in ihre jeweiligen Bestandteile, um eine anschließende Bewertung vorzunehmen. In der Regel wird die Bewertung aber durch geeignete Kreditinstitute vorgenommen. Alternativ reicht ein Rücknahmepreis bei dem anbietenden Kreditinstitut zur Berechnung des Marktwertes unter der Voraussetzung aus, dass das Kreditinstitut seine Rücknahmebereitschaft dokumentiert.

Der Aktivposten Rückversicherung ergibt sich aus den in Kapitel 3.1.2.1 näher beschriebenen versicherungstechnischen Rückstellungen. In einem ersten Schritt werden Prämien und Schadenrückstellungen auf Bruttobasis (ohne Rückversicherungsschutz) und anschließend auf Nettobasis (mit Rückversicherungsschutz) bestimmt. Aus der Differenz resultiert der Anteil der Rückversicherung an den versicherungstechnischen Rückstellungen, welcher als Aktivum bilanziert wird.
Ergänzend werden noch sonstige Aktiva wie beispielsweise Sachanlagen zu Marktwerten bilanziert.

3.1.2 Marktwerte der Passiva

Auf Passivseite stellen die versicherungstechnischen Rückstellungen den größten Posten für Schaden- und Unfallversicherer dar. Zahlungsverpflichtungen aus Schadenfällen, die bereits eingetreten aber noch nicht abgewickelt sind, führen erst in

[10] Sind Kapitalanlagen, hinter denen mehrere Komponenten wie Aktien, Anleihen oder Derivate stecken.

einer späteren Periode zu einer Ausgabe der Außenstände. Nicht ausreichende Rückstellungen führen dazu, dass ein Versicherungsunternehmen die dauerhafte Erfüllbarkeit der Verpflichtungen aus seinen Versicherungsverträgen nicht mehr sicherstellen und folglich den Schutz der Versicherten nicht mehr gewährleisten kann[11]. Eine exakte Prognose der zukünftigen Zahlungsströme ist nicht möglich und wird über den diskontierten Zeitwert der zukünftigen Verpflichtungen für bereits eingetretene Schadenfälle bestmöglich geschätzt (Best Estimate). Abweichungen muss das Versicherungsunternehmen berücksichtigen und setzt zusätzlich zum Best Estimate einen Sicherheitszuschlag, die sogenannte Risikomarge an, um den Ausgleich dieser Abweichung zu gewährleisten.

3.1.2.1 Best Estimate

Versicherungsunternehmen müssen ihren Verbindlichkeiten aus Versicherungsverträgen gegenüber den Versicherungsnehmern nachkommen können. Die angemessene Bildung einer Rückstellung stellt die Versicherungsunternehmen vor eine Herausforderung, deren Einfluss auf die erfolgreiche Geschäftstätigkeit nicht zu unterschätzen ist[12]. Im Best Estimate werden die benötigten Rückstellungen für noch nicht abgewickelte Schadenfälle geschätzt. Die Prämienrückstellungen und die Schadenrückstellung sollten getrennt nach Geschäftsfeld (line of business - lob) marktkonsistent neu bewertet werden. Zur Bewertung wurden die Geschäftsfelder in homogene Risikogruppen, wie in folgender Tabelle zu sehen, eingeteilt.

Nr.	Geschäftsfelder / Versicherungszweige (lob)
1	Unfall & Kranken – Arbeitsunfall- und Berufskranken-versicherung
2	Unfall & Kranken – Krankenversicherung
3	Unfall & Kranken – Unfallversicherung
4	Kfz- Haftpflichtversicherung
5	Sonstige Kfz- Versicherung
6	Transport- und Luftfahrtversicherung
7	Feuer- und Sachversicherung

[11] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S. 5.
[12] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S. 5.

8	Haftpflichtversicherung
9	Kredit- und Kautionsversicherung
10	Rechtsschutzversicherung
11	Beistandsleistungsversicherung
12	Sonstige Schadenversicherung
13	Nichtprop. aktive Rückversicherung (RV) – Sachversicherung
14	Nichtprop. aktive RV – Transport- und Luftfahrtversicherung
15	Nichtprop. aktive RV – Sonstige Sachversicherung

Tabelle 1: Homogene Risikogruppen der Geschäftsfelder

Während sich Schadenrückstellungen auf bereits eingetretene Versicherungsfälle beziehen, ist die Prämienrückstellung als Rückstellung für noch nicht eingetretene Schäden bereits eingegangener Versicherungsverpflichtungen aufzufassen. Wie für die Schadenrückstellung ist unter Solvency II auch für die Prämienrückstellung eine aktuarielle Portefeuillebewertung in Form eines Best Estimate zu bilden.

<u>Bestimmung des Brutto Best Estimate der Schadenrückstellungen</u>

Für die Schätzung von Schadenrückstellungen wird die zugrunde liegende Datenbasis, die in der Regel in Form von Abwicklungsdreiecken vorliegt, analysiert. Zum besseren Verständnis des Problems wird im Folgenden die Datengrundlage in der Form von Abwicklungsdreiecken näher erläutert.

Für die Darstellung von Abwicklungsmustern werden die Schadendaten eines Kalenderjahres zunächst den Anfalljahren i zugeordnet, das heißt zum Jahr des Eintritts des Schadens. Die Abwicklung der einzelnen Anfalljahre wird auf den folgenden Abwicklungsjahren j beobachtet. Dabei werden in der Regel die Abwicklungsjahre relativ zum Anfalljahr gezählt und entsprechend dargestellt. Für die weitere Darstellung sind die Begriffe Zuwächse und Schadenstände wesentlich und werden folgendermaßen definiert:

$Z_{i,k}$:= Zahlungen (Zuwächse) für Schäden aus dem Anfalljahr i, die im k-ten Abwicklungsjahr beobachtet werden.

$S_{i,k}$:= Schadenstände für die Schäden aus dem Anfalljahr i, die im k-ten Abwicklungsjahr beobachtet werden.

$$:= \quad \sum_{j=0}^{k} Z_{i,j} \qquad \forall\, k = 0,1,\ldots,n$$

Die Zahlungen $Z_{i,k}$ sind für die Kalenderjahre $i + k \leq n$ beobachtbar und die zukünftigen Zahlungen aktuariell zu bestimmen (siehe Abbildung 4). Die kumulierten Zahlungen, also die Schadenstände (siehe Abbildung 5) sind demzufolge ebenso für die Kalenderjahre $i + k \leq n$ bestimmbar und für die übrigen Kalenderjahre $i + k \leq n + 1$ mittels aktuarieller Methoden zu schätzen[13].

Anfall-jahr	Abwicklungsjahr								
	0	1	…	k	…	$n-i$	…	$n-1$	n
0	$Z_{0,0}$	$Z_{0,1}$	…	$Z_{0,k}$	…	$Z_{0,n-i}$	…	$Z_{0,n-1}$	$Z_{0,n}$
1	$Z_{1,0}$	$Z_{1,1}$	…	$Z_{1,k}$	…	$Z_{1,n-i}$	…	$Z_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮			
i	$Z_{i,0}$	$Z_{i,1}$	…	$Z_{i,k}$	…	$Z_{i,n-i}$	…		
⋮	⋮	⋮		⋮					
$n-k$	$Z_{n-k,0}$	$Z_{n-k,1}$	…	$Z_{n-k,k}$					
⋮	⋮	⋮							
$n-1$	$Z_{n-1,0}$	$Z_{n-1,1}$							
n	$Z_{n,0}$								

Abbildung 4: Abwicklungsdreieck beobachtbarer Zuwächse

Anfall-jahr	Abwicklungsjahr								
	0	1	…	k	…	$n-i$	…	$n-1$	n
0	$S_{0,0}$	$S_{0,1}$	…	$S_{0,k}$	…	$S_{0,n-i}$	…	$S_{0,n-1}$	$S_{0,n}$
1	$S_{1,0}$	$S_{1,1}$	…	$S_{1,k}$	…	$S_{1,n-i}$	…	$S_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮			
i	$S_{i,0}$	$S_{i,1}$	…	$S_{i,k}$	…	$S_{i,n-i}$	…		
⋮	⋮	⋮		⋮					
$n-k$	$S_{n-k,0}$	$S_{n-k,1}$	…	$S_{n-k,k}$					
⋮	⋮	⋮							
$n-1$	$S_{n-1,0}$	$S_{n-1,1}$							
n	$S_{n,0}$								

Abbildung 5: Abwicklungsdreieck der Schadenstände

Im Folgenden wird daraus die Annahme getroffen, dass die Abwicklung der Schäden eines Anfalljahres nach einem Abwicklungsmuster erfolgt, das für alle Anfalljahre identisch ist. Diese Annahme ist vertretbar, wenn alle Zeilen und alle Spalten des Abwicklungsdreiecks, bis auf zufällige Schwankungen, proportional zueinander sind und wenn für die zukünftigen Abwicklungen keine Veränderungen zu erwarten sind.

Methoden zur Best Estimate Ermittlung gibt es viele. Das Abwicklungsdreieck zu vervollständigen und daraus ein „Rechteck" zu kreieren, ist Hauptbestandteil dieser Aufgabe. Welche aktuariellen Methoden und Techniken zur Schätzung des unteren Abwicklungsdreiecks und somit zur Ermittlung der Schadenrückstellungen verwendet werden sollen, wird in QIS4b nicht vorgeschrieben. Vielmehr bleibt es dem Unternehmen selbst überlassen, wie es die Schätzung vornimmt. Für eine einheitliche Berechnung des Best Estimate und zur Prüfung der Methoden, die das Versicherungsunternehmen verwenden kann, wird vom GDV ein Excel- Makro

[13] Vgl. [4] GDV Best Estimate (2009), S. 16 f.

eingesetzt, welches zusammen mit CEIOPS in den vorangegangenen QIS weiterentwickelt und auch angewandt wurde. Es handelt sich um ein Hilfstool, welches die Ermittlung der Schadenrückstellungen mittels des Chain-Ladder-Verfahrens vornimmt. Das Hauptaugenmerk liegt nachfolgend auf dieser vom GDV vorgenommenen Methode. Auf anderen Methoden, wie beispielsweise die Ermittlung der Rückstellungen nach der Bornhuetter Ferguson-Methode, die Fisher Lange-Methode oder die Separationsmethode wird im Weiterem nicht näher eingegangen.

Bei der Chain-Ladder-Methode werden auf Grundlage kumulierter Schadenzahlungen $S_{i,k}$ (siehe Abbildung 5), n Chain-Ladder-Faktoren berechnet:

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{n-k-1} S_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{n-k-1} S_{i,k}}, \qquad \text{mit } k \in \mathbb{N} \cap [0, n-1] \text{ und } n \in \mathbb{N}^+.$$

Mit den Chain-Ladder-Faktoren $\hat{f}_k$ lassen sich die Endschadenstände:

$$\hat{S}_{i,n} = S_{i,n-i} \cdot \hat{f}_{n-i} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_{n-1}, \qquad \text{mit } i \in \mathbb{N} \cap [1, n] \text{ und } n \in \mathbb{N}^+,$$

und die versicherungstechnischen Rückstellungen prognostizieren:

$$\hat{R}_i = \hat{S}_{i,n} - S_{i,n-i}, \qquad \text{mit } i \in \mathbb{N} \cap [1, n] \text{ und } n \in \mathbb{N}^+.$$

Da nicht immer eine vollständig verwendbare Datenmenge vorliegt, lassen sich die Chain-Ladder-Faktoren auch mit einer eingeschränkten Informationsgrundlage berechnen. Dabei werden, um nur das aktuelle Abwicklungsverhalten zu berücksichtigen, die neuesten Geschäftsjahre betrachtet.

Die Chain-Ladder-Faktoren liefern also Punktschätzer für die Reserven und die Endstände. Für eine bessere Schätzung können in einem nächsten Schritt Prognose- und Schätzfehler ermittelt werden. Dazu werden Aussagen über die Variabilität der Punktschätzer gemacht. Mit der Annahme über die Varianz der Schadenstände $S_{i,k}$:

$$\mathrm{Var}\left(S_{i,k+1} \middle| S_{i0}, \ldots, S_{ik}\right) := S_{i,k}, \sigma_k^2,$$

und dem geschätzten Parameter σ_k^2:[14]

$$\widehat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=0}^{n-k-1} S_{ik} \left(\frac{S_{i,k+1}}{S_{ik}} - \hat{f}_k \right)^2,$$

und

$$\widehat{\sigma}_{n-1}^2 = \min\left(\frac{\widehat{\sigma}_{n-2}^4}{\widehat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\widehat{\sigma}_{n-3}^2, \widehat{\sigma}_{n-2}^2) \right),$$

lässt sich der mittlere quadrierte Fehler der Prognose der Reserve $\mathrm{mse}(\widehat{R}_i)$ im Anfalljahr i berechnen.

Definiert ist $\mathrm{mse}(\widehat{R}_i)$ wie folgt:

$$\mathrm{mse}(\widehat{R}_i) = E\left((\widehat{R}_i - R_i)^2 \right) = \mathrm{Var}(\widehat{R}_i) + \mathrm{Var}(R_i).$$

Es gilt:

$$\mathrm{Var}(R_i) = \hat{S}_{in}^2 \sum_{k=n-i}^{n-1} \left(\frac{\frac{\widehat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k}}{\sum_{j=0}^{n-k-1} S_{jk}} \right), \text{mit } i = (1, \dots, n),$$

$$\mathrm{Var}(\widehat{R}_i) = \hat{S}_{in}^2 \sum_{k=n-i}^{n-1} \left(\frac{\frac{\widehat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k}}{\hat{S}_{ik}} \right), \text{mit } i = (1, \dots, n).$$

Da der Schätzfehler $\mathrm{Var}(\widehat{R}_i)$ und der Zufallsfehler $\mathrm{Var}(R_i)$ mit den bisherigen Berechnungen ermittelt werden können, ergibt sich aus der Summe dieser der mittlere quadrierte Fehler der Prognose. Durch das Ziehen der Wurzel aus dem mittleren

[14] Die Parameter sind unbekannt und müssen geschätzt werden, so dass sich $S_{i,k}\widehat{\sigma}_k^2$ als Schätzer der Varianz der zu prognostizierenden Größe $S_{i,k+1}$ergibt.

quadratischen Fehler resultiert der Prognosefehler $\mathrm{se}(\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i})$. Mit dem Schätz- und Prognosefehler lassen sich Konfidenzintervalle für den Mittelwert der Reserve bzw. für den Reserveschätzer angeben:

$$\left[\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i} - 2 \cdot \mathrm{se}(\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i}), \widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i} + 2 \cdot \mathrm{se}(\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i})\right],$$

bzw.

$$\left[\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i} - 2 \cdot \mathrm{Var}(\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i}), \widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i} + 2 \cdot \mathrm{Var}(\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i})\right].$$

So kann auch geprüft werden, ob eine signifikante Abweichung von, mit anderen Methoden berechneten, Reserveschätzern vorliegt.
Der Erwartungswert der Gesamtreserve ergibt sich aus der Addition aller zuvor prognostizierten Rückstellungen pro Anfalljahr i:

$$\mathrm{R} = \sum_\mathrm{i} \widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i}.$$

Zur Bestimmung des Best Estimate der Schadenrückstellungen wird dieser Schritt für jeden Geschäftsbereich (lob) wiederholt und die versicherungstechnischen Rückstellungen pro lob aufsummiert[15].

Bestimmung des Brutto Best Estimate der Prämienrückstellungen

Laut der Rahmenrichtlinie zu Solvency II sollen sämtliche bei der Bedienung der Versicherungsverpflichtungen anfallenden Aufwendungen in die Berechnung der versicherungstechnischen Rückstellung eingehen. So müssen bei den Prämienrückstellungen neben den Schadenregulierungsaufwendungen zusätzlich auch die zukünftigen Aufwendungen für den Versicherungsbetrieb (Abschluss- und Verwaltungskosten) bis zum juristischen Vertragsende berücksichtigt werden[16]. Es ergibt sich die Ermittlung des Best Estimate der Prämienrückstellungen pro Geschäftsbereich (lob) folgendermaßen:

[15] Vgl. [4] GDV Best Estimate (2009), S. 10 ff.
[16] Vgl. [1] GDV (2009), S. 17.

$$P_{\text{lob}} = \text{BZ}_{\text{lob}} + \text{BA}_{\text{lob}}^{\text{Regulierung}} + \text{BA}_{\text{lob}}^{\text{Betrieb}} - \text{BP}_{\text{lob}},$$

mit

BZ_{lob}	:=	erwarteter Barwert zukünftiger Zahlungen für Versicherungsfälle die bis zum Vertragsende eingetreten sein werden;
$\text{BA}_{\text{lob}}^{\text{Regulierung}}$	:=	erwarteter Barwert der Aufwendungen für Schadenregulierung dieser künftig eintretenden Versicherungsfälle;
$\text{BA}_{\text{lob}}^{\text{Betrieb}}$	:=	erwarteter Barwert der Aufwendungen für den Versicherungsbetrieb des aktiven Bestandes bis zum Vertragsende;
BP_{lob}	:=	erwarteter Barwert der zukünftigen Prämienzahlungen aus dem zum Bilanzstichtag bekannten Bestand bis zum Vertragsende.

Ausgehend von dieser abstrakten Definition lassen sich Vereinfachungen zur Prämienrückstellung bestimmen. Auf Basis der Anfalljahre (z.B. auf Grundlage eines Abwicklungsdreiecks) ist eine Prognose für die zukünftige Schaden-Kosten-Quote CR zu ermitteln. Mit einer Prognose des Barwertes der erwarteten und noch nicht bis zum Bilanzstichtag gebuchten Beiträge lässt sich eine Näherung zur Bestimmung der Prämienrückstellungen pro Geschäftsbereich (lob) approximieren:

$$\text{Best Estimate} - \text{Prämienrückstellung} = (\text{CR} - 1) \cdot \text{BBW} + \text{CR} \cdot \text{BÜ},$$

mit

CR	:=	Schaden-Kosten-Quote inkl. Schadenregulierungsaufwand und inkl. Aufwände für den Versicherungsbetrieb,
BBW	:=	Barwert zukünftiger Beiträge,
BÜ	:=	Beitragsüberträge.

Um eine umfangreiche Berechnung der Zahlungsströme zu vermeiden, stellt der Standardansatz auch noch eine konservative Abschätzung des Best Estimate der

Prämienrückstellungen dar. Diese Hilfslösung, die mittels einer HGB-Überleitung bewältigt wird, ergibt sich wie folgt:

$$\mathrm{P_{lob}} = \text{HGB Beitragsüberträge} + \max\{0, \text{HGB Drohverlustrückstellung}\}.$$

Zur Bestimmung des Best Estimate der gesamten Prämienrückstellung wird dieser Schritt für jeden Geschäftsbereich wiederholt und die Rückstellungen pro Geschäftsbereich summiert[17]. Die Summe aus der Schätzung der Schadenrückstellung und der Schätzung der Prämienrückstellung ergibt letztendlich das Best Estimate, also die bestmögliche Schätzung der Rückstellungen.

Da aufgrund der Rahmenrichtlinie zu Solvency II alle Berechnungen erst einmal brutto, also vor Rückversicherung durchzuführen sind und die Rückerstattung durch Rückversicherung separat zu bewerten ist, werden mit einer Brutto-netto-Überleitung die Nettodaten ermittelt. Das Ableiten dieser Informationen aus den Bruttoinformationen ist die gebräuchlichste Methode, da in der Praxis die Nettozahlungsströme nicht immer verfügbar sind oder sich die Rückversicherungsordnungen im Zeitverlauf nachhaltig verändert haben[18]. Für die Berechnung wurden vom GDV für die jeweiligen Rückversicherungsstrukturen geeignete Überleitungen gefunden. Für den gesuchten Erwartungswert $\mathrm{R_i}$ der Bruttoschadenreserve gilt:

$$\widehat{\mathrm{R}}_\mathrm{i} = \sum_{\mathrm{k=n-i+1}}^{\mathrm{n}} \widehat{\mathrm{Z}}_{\mathrm{i,k}},$$

mit

$\widehat{\mathrm{Z}}_{\mathrm{i,k}}$:= geschätzte zukünftige Schadenzahlungen des i-ten Anfalljahres und k-ten Abwicklungsjahres.

[17] Vgl. [3] GDV, (2009), S. 88 ff.
[18] Vgl. [1] GDV, (2009), S. 12.

Die gesuchte Nettoschadenreserve N ist dementsprechend definiert wie folgt:

$$N = \sum_{i=1}^{n} N_i,$$

mit

N_i := Nettoschadenreserve des i-ten Anfalljahres.

Zur Berechnung des Netto-Best-Estimate wird zwischen proportionaler und nichtproportionaler Rückversicherung differenziert. Falls ein VU nur proportionale Rückversicherung mit einem Selbstbehalt von q_i im i-ten Jahr hat, so ist die Nettoreserve $N_i = q_i R_i$ mit $q_i \in [0,1]$. Die nichtproportionale Rückversicherung ist deutlich schwieriger zu ermitteln, da sie sich nur auf spezielle Schadengruppen oder gewisse Schäden auswirkt. Mit der Ermittlung einer Abgabenquote pro Anfalljahr aus dem Verhältnis der Nettozahlungen zu den Bruttozahlungen, kann die Quotenveränderung zwischen den Anfalljahren und damit die Formel wie bei proportionaler Rückversicherung angewendet werden. Ermittlung der Abgabenquote:

$$1 - \overline{q_i} = 1 - \frac{\text{kumulierte Nettozahlungen bis zum Bilanzhjahr des Anfalljahres i}}{\text{kumulierte Bruttozahlungen bis zum Bilanzjahr des Anfalljahres i}}, \quad \overline{q_i} \in [0,1].$$

3.1.2.2 Risikomarge

Die Höhe der zukünftigen Zahlungsströme und damit die versicherungstechnische (vt.) Rückstellung kann nicht mit absoluter Sicherheit prognostiziert werden. Um Risiken und Gefahren bei der Abweichung vom Best Estimate einzubeziehen, wird für den Ausgleich dieser Schwankung die sogenannte Risikomarge in Form eines Risikopuffers erhoben. In der Auswirkungsstudie QIS 4b wurden drei vorläufige Berechnungsansätze zur möglichen Ermittlung der Marge bei einem Schaden- und Unfallversicherer angeboten. Dabei wurden, um vor allem kleinere Unternehmen nicht zu überfordern, die Ansätze in verschiedene Detailierungsstufen unterteilt. Wobei die einfachste

Methode vermutlich auch die ungenaueste ist, da sie nur eine Näherungslösung aufweist und die einzige Methode ist, die nicht über das geforderte Risikokapital berechnet wird. Da die Untersuchung des geforderten Risikokapitals erst im Abschnitt 3.2 erfolgt und Bezeichnungen und Definitionen erst nachfolgend eingeführt werden, wird die Berechnung der Risikomarge im Abschnitt 3.3 gesondert behandelt.

3.1.2.3 Sonstige Passiva

Sonstige Rückstellungen, wie beispielsweise Steuerrückstellungen, Steuerverbindlichkeiten oder Pensionsrückstellungen müssen grundsätzlich auch nach marktwertkonsistenten Verfahren bewertet werden. In der Bilanz kommen diese Posten jedoch nur marginal zur Geltung und werden auch im weiteren Verlauf der Auswirkungsstudie nicht weiter berücksichtigt. Daher wird auf die Berechnung nicht näher eingegangen und dieser Posten nur zur Vollständigkeit genannt.

3.1.2.4 Eigenmittel

Nach Aufstellung der Marktwertbilanz ergeben sich die verfügbaren Eigenmittel. Dabei wird zwischen Basiseigenmitteln und ergänzenden Eigenmitteln unterschieden. Die Basiseigenmittel sind Überschüsse der Vermögenswerte über die Verbindlichkeiten und Bestandteil einer Versicherungsbilanz (HGB). Zusätzlich zu den Basiseigenmitteln kann das Unternehmen Eigenmittel, die nicht in der Bilanz enthalten sind anrechnen. Sogenannte ergänzende Eigenmittel. Dazu wurden in QIS4b drei Werthaltigkeitsstufen (tier1, tier2, tier3) definiert, mit denen das Unternehmen durch eine Kombination von sechs vorgegebenen Kriterien[19] Passivposten, wie beispielsweise Hybridkapitalelemente (Anlageform zwischen Aktien und Anleihen) oder nachrangige Anleihen als Eigenmittel anrechnen kann.

1. Kriterium: Nachrangigkeit des kompletten Betrages im Falle einer Liquidation.
2. Kriterium: Volle Verlustausgleichsfähigkeit bei Unternehmensfortführung.

[19] Vgl. [11] FMA (2009), S. 7.

3. Kriterium: Der Bestandteil ist nicht befristet oder verfügt über eine Laufzeit, die ausreichend ist.
4. Kriterium: Der Bestandteil ist frei von Anreizen[20] zum Rückkauf des Nominalbetrages.
5. Kriterium: Der Bestandteil ist frei von festen Kosten.
6. Kriterium: Der Bestandteil ist frei von sonstigen Belastungen[21].

Basismittel, die zur vollständigen Absicherung von Verlusten verwendet werden, erfüllen prinzipiell alle sechs Kriterien und werden der wertvollsten Kategorie tier1 zugeordnet[22]. Die verfügbaren Eigenmittel setzen sich aus allen drei tier-Qualitätsklassen zusammen.

Aus den verfügbaren Eigenmitteln einer ökonomischen Bilanz entstehen durch den in der vierten Auswirkungsstudie erstmals vollständig getesteten Werthaltigkeits- und Begrenzungsansatz die für die Bedeckung anrechenbaren Eigenmittel[23]. Dabei wird ein Anteil der Eigenmittel der drei Werthaltigkeitsstufen vorausgesetzt. Zum Beispiel muss der tier1-Bestandteil an anrechnungsfähigen Eigenmitteln mindestens ein Drittel betragen und der Anteil an tier3-Bestandteilen darf ein Drittel nicht überschreiten.

Über die anrechenbaren Eigenmittel wird die Bedeckungsquote ermittelt, die angibt, wie gut das Versicherungsunternehmen gegen Risiken geschützt ist. Die Bedeckungsquote ist die zentrale Kennzahl und das Ergebnis der gesamten Solvenzberechnung. Das benötigte Solvenzkapital, auf welches im Kapitel 3.2 Die SCR – Struktur eingegangen wird, repräsentiert die benötigte Kapitalanforderung des Unternehmens. Damit berechnet sich die Bedeckungsquote als Verhältnis der anrechenbaren Eigenmittel zur Kapitalanforderung.

---

[20] Solche Anreize könnten beispielsweise Zins- oder Dividendenzahlungen sein.

[21] Solche Belastungen könnten beispielsweise Zahlungsgarantien oder Beleihungen sein, die das Versicherungsunternehmen nicht rückgängig machen kann, es sei denn, diese werden zu Gunsten des Versicherungsnehmers vereinbart. Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S. 47.

[22] Tabelle für die Unterteilung der Eigenmittel in Qualitätsklassen im Anhang 1: Übersicht der Qualitätsklassen Tier für die Bestimmung der anrechenbaren Eigenmittel S.XIII.

[23] Vgl. [2] GDV (2009), S. 31.

3.2 Die SCR – Struktur

Ein Versicherungsunternehmen, das über Eigenmittel in Höhe der Kapitalanforderung verfügt (Bedeckungsquote von 1), soll mit 99,5% Wahrscheinlichkeit in der Lage sein, alle Verluste, die bis zum nächsten Bilanzstichtag auftreten können, auszugleichen[24]. Dabei soll es sein Kapitalbedarf mit Berücksichtigung auf die unternehmensindividuelle Risikolage jährlich untersuchen. Es stellt sich die Frage, über wie viel Kapital das Versicherungsunternehmen verfügen muss, um ein vorgegebenes Sicherheitsniveau einhalten zu können. Als Maßgabe hierfür wird, wie schon in den vorherigen Auswirkungsstudien QIS3 und QIS4, der einjährige Value at Risk (VaR) zum Sicherheitsniveau von 99,5% als Risikomaß zugrunde gelegt. Damit kann das Quantil zum vorgegebenen Sicherheitsniveau bestimmt werden.

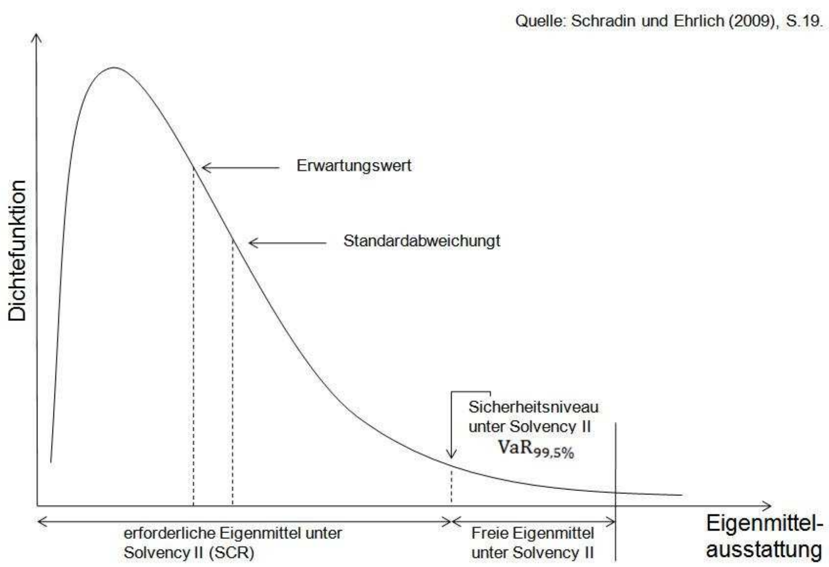


Abbildung 6: Bestimmung der Solvenzkapitalanforderung mit dem VaR zum Sicherheitsniveau von 99,5%

Das Quantil beschreibt gleichzeitig die Grenze für das aufsichtsrechtlich geforderte Solvenzkapital.

Die Bewertung der Gesamtrisikolage erfolgt zunächst durch das Quantifizieren einzelner Risiken. Gemäß dem Fokus der Ausarbeitung ergibt sich das Gesamtrisiko eines Schaden- und Unfallversicherers durch die Risikomodule:

---

[24] Vgl. [2] GDV (2009), S. 35.

- Versicherungstechnisches Risiko,
- Operationelles Risiko,
- Marktrisiko und
- Ausfallrisiko.

Getreu dem Buttom-Up-Ansatz, der dem europäischen Standardansatz zur Solvenzkapitalberechnung zugrunde liegt, werden in einem ersten Schritt die Kapitalanforderungen der Subrisikomodule[25] ermittelt. Anschließend ergeben sich mittels Abhängigkeitsstrukturen die aggregierten Kapitalanforderungen der jeweiligen Risikomodule. Eine einfache Addition der Module ist nicht möglich, da eventuelle Diversifikationseffekte, die durch den Ausgleich im Kollektiv zustande kommen, nicht berücksichtigt würden und demgemäß eine falsche Einschätzung des Unternehmens vorläge. Dem versicherungstechnischen Risiko und dem Ausfallrisiko werden faktorbasierte Ansätze zugrunde gelegt. Für das Marktrisiko werden zur Berechnung der Kapitalanforderungen dagegen überwiegend szenariobasierende Ansätze gewählt. Auf das identifizierte Risikokapital werden dabei vorgegebene Schockereignisse simuliert und das ungünstigste Szenario wird für die Bewertung der jeweiligen Kapitalanforderungen angenommen. Eine genauere Beschreibung der Ansätze und Bewertungen findet in den jeweiligen Kapiteln statt.

[25] Die Risikomodule sind zur ganzheitlichen Berechnung in verschiedene Subrisiko-module aufgeteilt.

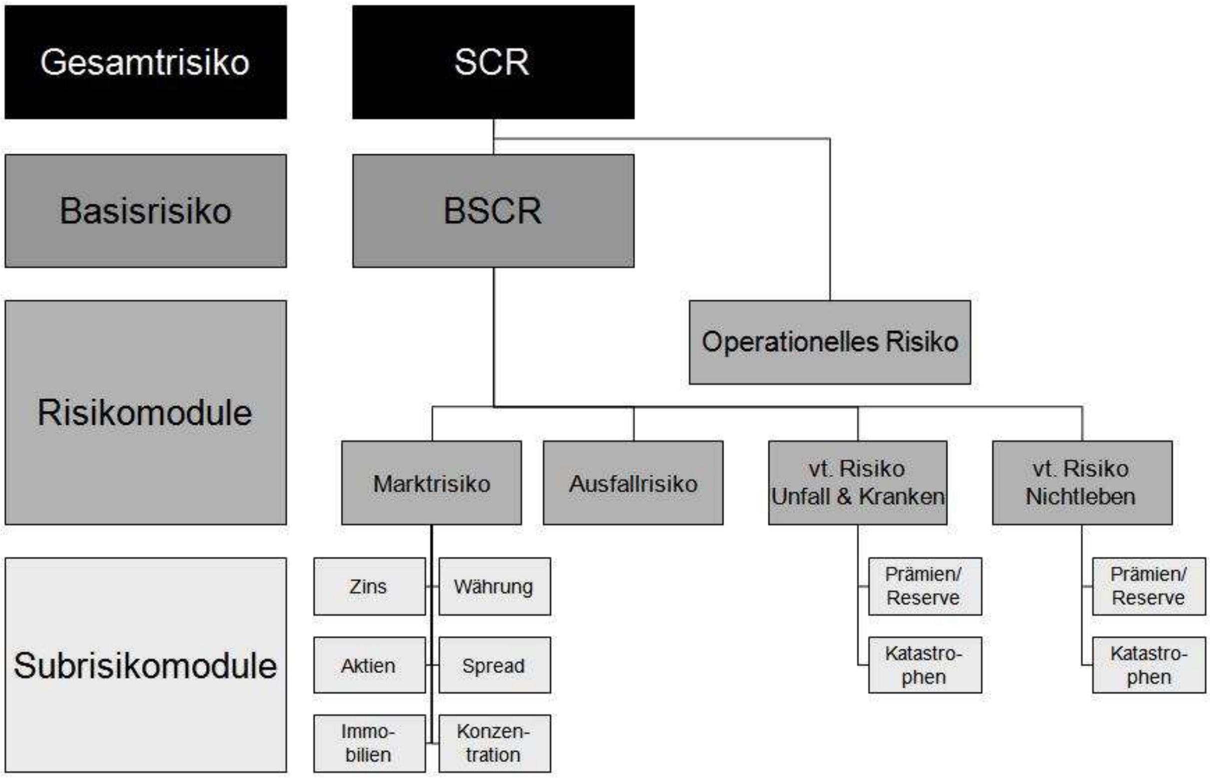


Abbildung 7: Zusammensetzung der gesamten Kapitalanforderung (SCR)

Die Gesamtrisikokapitalanforderung SCR im Standardansatz setzt sich aus der Basis-Solvenzkapitalanforderung BSCR und den Kapitalerfordernissen für das operationale Risiko $\mathrm{SCR}_{\mathrm{Op}}$ zusammen:

$$\mathrm{SCR} = \mathrm{BSCR} + \mathrm{SCR}_{\mathrm{Op}}.$$

Wie in Abbildung 7 gezeigt, wird durch die Aggregation der vier Risikomodule Marktrisiko $\mathrm{SCR}_{\mathrm{mkt}}$, Ausfallrisiko $\mathrm{SCR}_{\mathrm{def}}$, vt. Risiko Unfall & Kranken $\mathrm{SCR}_{\mathrm{ah}}$ und vt. Risiko Nichtleben $\mathrm{SCR}_{\mathrm{nl}}$ die Basis-Solvenzkapitalanforderung gebildet. Um die Abhängigkeiten zwischen den jeweiligen Risiko- und auch Subrisikomodulen zu berücksichtigen werden im Standardansatz Korrelationsmatrizen vorgegeben. Das Basisrisiko wird mit einer Wurzelformel wie folgt gebildet:

$$\mathrm{BSCR} = \sqrt{\sum_{\mathrm{r}\times\mathrm{c}} \mathrm{CorrSCR}_{\mathrm{r}\times\mathrm{c}} \cdot \mathrm{SCR}_{\mathrm{r}} \cdot \mathrm{SCR}_{\mathrm{c}}},$$

mit

$\mathrm{CorrSCR}_{\mathrm{r}\times\mathrm{c}}$:= Korrelationsmatrix, die die Korrelationskoeffizienten zwischen je zwei Risikomodulen beschreiben (siehe Tabelle 2),

$\mathrm{SCR}_{\mathrm{r}}, \mathrm{SCR}_{\mathrm{c}}$:= Kapitalanforderungen der individuellen SCR Risiken gemäß den Zeilen und Spalten der Korrelationsmatrix $\mathrm{CorrSCR}_{\mathrm{r,c}}$.

CorrSCR	$\mathrm{SCR}_{\mathrm{mkt}}$	$\mathrm{SCR}_{\mathrm{def}}$	$\mathrm{SCR}_{\mathrm{ah}}$	$\mathrm{SCR}_{\mathrm{nl}}$
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{mkt}}$	1			
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{def}}$	0,25	1		
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{ah}}$	0,25	0,25	1	
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{nl}}$	0,25	0,5	0,25	1

Tabelle 2: Korrelationsmatrix für das BSCR

Diese typische Wurzelformel, wird im gesamten GDV-Standardansatz für die Aggregation der Risiken unter Einsatz jeweiliger Abhängigkeitsstrukturen verwendet.

Mit Ausnahme vom operationellen Risiko werden die Berechnungen des BSCR und seiner Untermodule auf Nettobasis vorgenommen. Dies bedeutet, dass im Standardmodell der Rückversicherungsschutz berücksichtigt ist und im Allgemeinen dadurch die Solvenzkapitalanforderung auch reduziert wird[26].

Bei den SCR-Berechnungen der vorherigen Auswirkungsstudien (QIS2, QIS3 und QIS4) zeigte sich, dass das versicherungstechnische Risiko beim einem Schaden- und Unfallversicherer die bedeutendste Risikokomponente ist. Um alle Verpflichtungen in einem bestimmten Zeitraum vereinbarungsgemäß zu erfüllen muss der Versicherer genügend Prämien einnehmen und ausreichende Reserven bilden. Aus der Unsicherheit, wann und ob der Versicherungsschutz in Anspruch genommen wird und wie hoch der Schaden beim Versicherungsnehmer ausfallen kann, resultiert das Risiko eine angemessene Prämie für diese ungewissen Zahlungsverpflichtungen zu Beginn einer Versicherungsperiode festzulegen und angemessene versicherungstechnische

[26] Vgl [1] GDV (2009), S. 21.

Rückstellungen für zukünftige Versicherungsleistungen zu bestimmen[27]. Diese Kapitalerfordernisse des vt. Risikos werden in den Risikomodulen „Nichtleben“ $\mathrm{SCR_{nl}}$ und „Unfall & Kranken“ $\mathrm{SCR_{ah}}$ bestimmt. Das Marktrisikomodul $\mathrm{SCR_{mkt}}$ simuliert Szenarios und klassifiziert so Risiken die durch Veränderungen auf dem Wirtschaftsmarkt entstehen. Im Ausfallrisikomodul $\mathrm{SCR_{def}}$ werden Gefahren durch ausgefallene Risikominderungsinstrumente abgehandelt.

3.2.1 Das versicherungstechnische Risikomodul Nichtleben

Beschrieben wird das Risikomodul $\mathrm{SCR_{nl}}$ durch die Subrisikomodule Prämien und Reserverisiko $\mathrm{SCR_{NL_{pr}}}$ und Katastrophenrisiko $\mathrm{SCR_{NL_{cat}}}$. Das Katastrophenrisiko setzt sich außerdem aus von Menschen verursachten Katastrophen, sogenannte man-made Katastrophen $\mathrm{MM_{cat}}$ und den Naturkatastrophen $\mathrm{Nat_{cat}}$ zusammen. Zur Berechnung des gesamten versicherungstechnischen Risikos Nichtleben werden die Subrisikomodule aggregiert. Dabei findet keine Berücksichtigung der Korrelation zwischen Prämien- und Reserverisiko und CAT-Risiko statt:

$$\mathrm{SCR_{nl}} = \sqrt{\mathrm{SCR_{nl_{pr}}}^2 + \mathrm{SCR_{nl_{cat}}}^2}.$$

3.2.1.1 Prämien und Reserverisiko

In jedem VU verbirgt sich die Gefahr, dass die gebildeten Rückstellungen für bereits eingetretene Schäden in dem kommenden Jahr nicht ausreichen. Diese Gefahr wird mit dem Reserverisiko erfasst, welches das Risiko beschreibt, dass die endgültige Schadenhöhe von der erwarteten Schadenhöhe abweicht[28]. Dagegen stellt das Prämienrisiko das Risiko dar, dass die vereinnahmten Prämien nicht ausreichen, um zukünftige Schäden auszugleichen. Zur Betrachtung dieses Risikomoduls wird das Versicherungsgeschäft in die bekannten Versicherungszweige (lob) eingeteilt (siehe

[27] Vgl. [9] Schradin u Ehrlich (2009), S. 22.
[28] Vgl. [9] Schradin u Ehrlich (2009), S. 23.

Tabelle 1). Wobei für das komplette Risikomodul Nichtleben die Versicherungszweige Unfall & Kranken irrelevant sind, da diese im Risikomodul Kranken behandelt werden (siehe Abschnitt 3.2.2). Für die Berechnung der Kapitalanforderung wird ein Risikoträger mit einem Risikofaktor multipliziert. Der Risikoträger ergibt sich aus einem zugrundeliegenden Faktorenmodell. Das Prämienrisiko wird zunächst getrennt vom Reserverisiko berechnet.

In einem ersten Schritt werden die Versicherungszweige analysiert. Dabei wird die Standardabweichung σ der Schadenquote und das Volumenmaß V für das versicherungstechnische Risiko ermittelt.

Das Volumenmaß V für das Prämienrisiko pro Versicherungszweig lob und geografischen Gebiet j ist wie folgt beschrieben:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{prem,j,lob}} = \max\left(\mathrm{P}_{\mathrm{j,lob}}^{\mathrm{t,written}}; \mathrm{P}_{\mathrm{j,lob}}^{\mathrm{t,earned}}; 1{,}05 \cdot \mathrm{P}_{\mathrm{j,lob}}^{\mathrm{t-1,written}}\right),$$

mit

$\mathrm{P}_{\mathrm{j,lob}}^{\mathrm{t,written}}$	:=	Erwartete gebuchte Nettoprämien des Bewertungsjahres t pro Versicherungszweig,
$\mathrm{P}_{\mathrm{j,lob}}^{\mathrm{t,earned}}$	:=	Erwartete verdiente Nettoprämien des Bewertungsjahres t pro Versicherungszweig,
$1{,}05 \cdot \mathrm{P}_{\mathrm{j,lob}}^{\mathrm{t-1,written}}$	:=	105% der gebuchten Nettoprämien des Vorjahres t-1[29].

Das Volumenmaß V für das Reserverisiko pro Versicherungszweig und geografischen Gebiet j ist wie folgt definiert:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{res,j,lob}} = \mathrm{PCO}_{\mathrm{j,lob}},$$

mit

[29]In QIS4b wird eine Erhöhung der Nettoprämien um 5% zugrunde gelegt.

$\mathrm{PCO}_{\mathrm{j,lob}}$	:=	Best Estimate der Schadenrückstellung pro Versicherungszweig und geografischem Gebiet.

In der Auswirkungsstudie QIS 4b wird im Bezug auf das geografische Gebiet j nur zwischen deutschen und nicht deutschen Gebiet unterschieden.

Die Standardabweichung des Prämienrisikos ergibt sich aus einem Credibility Mix einer unternehmensindividuellen geschätzten Standardabweichung und einer markteinheitlich vorgegebenen Standardabweichung wie folgt:

$$\sigma_{\mathrm{prem,lob}} = \sqrt{c_{\mathrm{lob}} \cdot \sigma^2_{\mathrm{U,prem,lob}} + (1 - c_{\mathrm{lob}}) \cdot \sigma^2_{\mathrm{M,prem,lob}}},$$

mit

c_{lob}	:=	Credibility Faktor (siehe Tabelle: Die Credibility Faktoren; Anhang 1),
$\sigma^2_{\mathrm{U,prem,lob}}$	:=	unternehmensindividuelle geschätzte Standardabweichung des Prämienrisikos,
$\sigma^2_{\mathrm{M,prem,lob}}$	:=	markteinheitlich vorgegebene Standardabweichung des Prämienrisikos[30] (siehe Tabelle: Die Markteinheitliche Standardabweichung des Prämienrisikos: Anhang 1).

Die unternehmensindividuelle geschätzte Standardabweichung des Prämienrisikos basiert auf der Schwankung historischer Schadenquoten[31]. Dazu ist die mittlere Schadenquote auf Basis der dem Bewertungsstichtag vorausgehenden Geschäftsjahresdaten zu ermitteln[32]:

[30]Wurden auf Basis einer Analyse deutscher Versicherungsdaten im Vorfeld bestimmt.
[31]Vgl. [8] CEIOPS (2008), S. 201.
[32]Vgl. [9] Schradin u Ehrlich (2009), S. 24.

$$\mu_{lob} = \frac{\sum_{y=t-1}^{t-n} P_{lob}^{y,e} \cdot LR_{lob}^{y}}{\sum_{y=t-1}^{t-n} P_{lob}^{y,e}},$$

mit

y	:=	Beobachtungszeitraum, y = t-1, t-2, …, t-n wobei t für ein Geschäftsjahr steht und n die maximale Anzahl der geforderten Geschäftsjahre beschreibt,
$P_{lob}^{y,e}$	:=	verdiente Prämie der Geschäftsjahre im Beobachtungszeitraum,
LR_{lob}^{y}	:=	historische Nettoschadenquote pro Versicherungszweig der Geschäftsjahre im Beobachtungszeitraum.

Um die unternehmensindividuelle Standardabweichung für das Prämienrisiko zu identifizieren, wird in einem nächsten Schritt die Abweichung der Schadenquote von der durchschnittlichen Schadenquote ermittelt und diese Abweichung noch mit der verdienten Prämie des zugehörigen Geschäftsjahres multipliziert. Die Summe über alle Beobachtungsjahre unterliegt noch einer Gewichtung mit dem Faktor $(n_{lob} - 1) \cdot V_{prem,lob}$ und es ergibt sich die unternehmensindividuelle Standardabweichung für das Prämienrisiko:

$$\sigma_{U,prem,lob} = \sqrt{\frac{1}{(n_{lob} - 1) \cdot V_{prem,lob}} \cdot \sum_{y} P_{lob}^{y,e} \cdot \left(LR_{lob}^{y} - \mu_{lob}\right)},$$

mit

n_{lob}	:=	maximale Anzahl der verwendeten historischen Datenreihen,
$V_{prem,lob}$	:=	Volumenmaß des Prämienrisikos eines Versicherungszweiges.

Die Standardabweichung des Reserverisikos wird markteinheitlich auf die Versicherungszweige in einer Tabelle vorgegeben (siehe Tabelle: Die Standardabweichung des Reserverisiko; Anhang 1).

Die Gesamtstandardabweichung für das Prämien- und Reserverisiko pro Versicherungszweig berechnet sich durch die Aggregation beider Teilrisiken unter Berücksichtigung der Korrelation $\alpha = 0{,}5$ wie folgt[33]:

$$\sigma_{\mathrm{lob}} = \frac{\sqrt{\left(\sigma_{\mathrm{prem,lob}} \cdot V_{\mathrm{prem,lob}}\right)^2 + 2\alpha \cdot \sigma_{\mathrm{prem,lob}} \cdot \sigma_{\mathrm{res,lob}} \cdot V_{\mathrm{prem,lob}} \cdot V_{\mathrm{res,lob}} + \left(\sigma_{\mathrm{res,lob}} \cdot V_{\mathrm{res,lob}}\right)^2}}{V_{\mathrm{prem,lob}} + V_{\mathrm{res,lob}}}.$$

In einem nächsten Schritt werden das Gesamtvolumenmaß und die Schätzung der Gesamtstandardabweichung bestimmt. Dazu werden die Versicherungszweige aggregiert. Bei dem Volumenmaß kommt es zur Addition der Volumina der einzelnen Versicherungszweige:

$$V = \sum_{\mathrm{lob}} \left(V_{\mathrm{prem,lob}} + V_{\mathrm{res,lob}}\right).$$

Die Gesamtstandardabweichung wir mittels linearer Korrelation aus dem zuvor berechneten Volumenmaß und der zuvor berechneten Standardabweichung pro Volumenmaß gebildet:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{V^2} \cdot \sum_{r \times c} \mathrm{CorrLob}_{r \times c} \cdot \sigma_r \cdot \sigma_c \cdot V_r \cdot V_c},$$

mit

r, c	:=	Indizes für die Versicherungszweige,
$\mathrm{CorrLob}$	:=	Korrelationsmatrix, die die Korrelationskoeffizienten zwischen je zwei Versicherungszweigen beschreiben (siehe Tabelle: Die Korrelationsmatrix der Standardabweichung; Anhang 1),
σ_r, σ_c	:=	Standardabweichung eines Versicherungszweiges,

[33]Vgl. [8] CEIOPS (2008), S. 201.

V_r, V_c := Volumenmaß eines Versicherungszweiges.

Die Kapitalanforderung für das kombinierte Prämien und Reserverisiko ergibt sich nun wie folgt:

$$SCR_{NL_{pr}} = \rho(\sigma) \cdot V,$$

mit

V := Volumenmaß,

σ := Schätzung der Gesamtstandardabweichung,

$\rho(\sigma)$:= Funktion der Standardabweichung.

Die Funktion $\rho(\sigma)$ ist dabei wie folgt definiert:

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp\left(N_{0,995} \cdot \sqrt{\log(\sigma + 1)}\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}},$$

wobei $N_{0,995}$ dem 99,5%-Quantil der Standardnormalverteilung entspricht. Unter der Annahme, dass das versicherungstechnische Risiko lognormalverteilt ist, verspricht die Funktion, dass die Kapitalanforderung für das vt. Risiko den Anforderungen der EU-Kommission genügt, wonach der Kapitalbedarf unter Verwendung des Value at Risk Ansatzes bestimmt werden soll und dem Kapital entspricht, über das ein Versicherungsunternehmen verfügen soll, um mit einem Sicherheitsniveau von 99,5% das Geschäft fortsetzen zu können[34].

3.2.1.2 Das Katastrophenrisiko

Das Katastrophenrisiko kennzeichnet das sehr seltene Eintreten von Extremereignissen. Naturgefahren wie beispielsweise Sturm, Hagel oder Erdbeben sind

[34]Vgl. [9] Schradin u Ehrlich (2009), S. 27.

Risiken, die sich aus einer großen Ungewissheit in Bezug auf die Preisfestlegung und nicht angemessenen Rückstellungsprognosen für extreme und seltene Ereignisse ergeben. Gerade für Versicherer die einen nicht unerheblichen Bestandteil an Gebäudeversicherungen besitzen, birgt das Katastrophenrisiko enorme Gefahren und bringt eine existenzielle Gefährdung mit sich. Aufgrund dessen sieht der Standardansatz vor die Kapitalanforderung für dieses Subrisikomodul separat zu bewerten und losgelöst vom Prämien- und Reserverisiko zu betrachten.

Dem Versicherungsunternehmen werden theoretisch drei Methoden zur SCR-Berechnung vorgegeben.

- Standard-Ansatz (Kapitalanforderungen pro lob als Prozentsatz der Prämie des nächsten Jahres)
- Szenario-Ansatz (Szenarien werden von regionalen Aufsehern zur Verfügung gestellt)
- Personalisierter Ansatz (Unternehmenseigene Modellierung)

Wenn kein Szenario-Ansatz zur Verfügung steht, kann der Standard-Ansatz verwendet werden. Dabei wird die Kapitalanforderung pro Versicherungszweig als Prozentsatz der Prämie des nächsten Jahres ermittelt. In der Regel wird dieser Ansatz aber nur als Vergleichsrechnung mitgeführt. Im Szenario-Ansatz für die Naturkatastrophen werden die Szenarien von den Aufsehern zur Verfügung gestellt und im personalisierten Ansatz ermöglicht eine eigene Modellierung die Angabe des Risikos. Dieser Ansatz wird in QIS 4b aber nicht weiter verfolgt.

Wie bereits erwähnt, wurde in der neuen Auswirkungsstudie eine neue Annahme des GDV getestet. Detaillierter modelliert wurden im Katastrophenrisiko sogenannte man-made Katastrophen. Diese Katastrophen werden separat vom sonstigen Prämien- und Reserverisiko, welches in der Regel von den Basisschäden[35] geprägt ist, bewertet. Die Wirkung der Rückversicherung wird analog zu den Naturgefahren berücksichtigt. Ausgangspunkt für die Berechnung des Bruttoschadens aus man-made Risiken ist ein Ansatz analog zum NatCat Risiko, um auch ein für Europa harmonisiertes Vorgehen bei der Modellierung sicherzustellen.

[35]Basisschäden sind für das VU kleinere Schäden, die regelmäßig auftreten.

Die enormen Risiken, die im Katastrophenrisiko lauern werden mit Hilfe von Rückversicherern abgesichert. So berücksichtigt auch der Standardansatz bei der Berechnung der Kapitalanforderungen des Katastrophenrisikos den Rückversicherungsschutz. Unter Verwendung der RV-Quote, der Haftstrecke und der Priorität wird der Nettoschaden für jeden Versicherungszweig i aus dem Bruttoschaden ermittelt:

$$\begin{aligned}\mathrm{SCR}_{\mathrm{NL_i}} = \max\Big(\big(1-\mathrm{q}_{\mathrm{NL_i}}\big)\cdot \mathrm{SCR}_{\mathrm{NL_i}}^{\mathrm{Brutto}} - \mathrm{L}_{\mathrm{NL_i}}^{\mathrm{o}}; 0\Big)\\ + \min\Big(\big(1-\mathrm{q}_{\mathrm{NL_i}}\big)\cdot \mathrm{SCR}_{\mathrm{NL_i}}^{\mathrm{Brutto}}; \mathrm{P}_{\mathrm{NL_i}}\Big),\end{aligned}$$

mit

$\mathrm{q}_{\mathrm{NL_i}}$	:=	Rückversicherungsquote des jeweiligen Versicherungszweiges i;
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{NL_i}}^{\mathrm{Brutto}}$	:=	Bruttoschaden des jeweiligen Versicherungszweiges i;
$\mathrm{L}_{\mathrm{NL_i}}^{\mathrm{o}}$	:=	oberes Limit der Haftstrecke des jeweiligen Versicherungszweiges i;
$\mathrm{P}_{\mathrm{NL_i}}$	:=	Rückversicherungspriorität des jeweiligen Versicherungszweiges i.

Die jeweiligen Versicherungszweige i entsprechen den Versicherungszweigen, die im Folgenden bei der Berechnung des Bruttoschadens für Naturkatastrophen und man-made Katastrophen genauer benannt werden. Sie sind nicht mit den bereits bekannten Geschäftszweigen (lob) zu verwechseln.
Die Berechnung der Kapitalanforderung für das Naturkatastrophenrisiko $\mathrm{SCR}_{\mathrm{Cat}}$ erfolgt in drei Schritten.

1. Schritt: Berechnung der Kapitalanforderungen getrennt für alle Naturgefahren $\mathrm{SCR}_{\mathrm{NatCat_i}}$und Aggregation zu $\mathrm{SCR}_{\mathrm{NL_{NatCat}}}$.

Die Kapitalanforderung bei den Naturkatastrophen pro Versicherungszweig i ist der Bruttoschaden pro Versicherungszweig. In den Versicherungszweigen unterscheidet man hier zwischen Sturm-Gebäude, Überschwemmung-Gebäude, Erdbeben-Gebäude sowie Sturm/Hagel/Blitz in Auto-Kasko. Der Bruttoschaden beschreibt den Kapitalbedarf eines Unternehmens zur Absicherung des 200-Jahresereignisses abhängig von der Unternehmensgröße. Bei den Naturkatastrophen wird die Kapitalanforderung durch einen linearen Zusammenhang zwischen dem 200-Jahre-Ereignis des Marktes und der Unternehmensgröße beschrieben. Damit ergibt sich der Bruttoschaden bei den Naturkatastrophen Sturm-Gebäude, Überschwemmung-Gebäude und Erdbeben-Gebäude wie folgt:

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{NatCat}_i} = \mathrm{Markschadenansatz} \cdot \mathrm{Versicherungssumme} \cdot \mathrm{Regionalfaktor}.$$

Bei Sturm/Hagel/Blitz in Auto-Kasko gilt:

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{NatCat}_{\mathrm{AK}}} = \mathrm{Marktschadenbedarf} \cdot \mathrm{Jahreseinheiten} \cdot \mathrm{Regionalfaktor}.$$

Die Marktschadensätze für Sturm-Gebäude, Überschwemmung-Gebäude, Erdbeben-Gebäude sowie der Markschadenbedarf für Sturm/Hagel/Blitz in Auto-Kasko ergeben sich aus der Differenz zwischen der Basisschadenlast und dem 200-Jahres-Ereignis. Für die Regionalfaktoren teilte der GDV die Bundesrepublik Deutschland in verschiedene Risikozonen auf[36]. Durch Zusammenführung der Versicherungszweige mittels Aggregation unter Berücksichtigung der NatCat-Korrelationen, ergibt sich die Kapitalanforderung von Naturkatastrophen wie folgt:

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{NL}_{\mathrm{NatCat}}} = \sqrt{\sum_{r\times c} \mathrm{CorrSCR}_{r\times c} \cdot \mathrm{SCR}_{\mathrm{NatCat}_r} \cdot \mathrm{SCR}_{\mathrm{NatCat}_c}},$$

mit

[36]Grafiken der Regionalfaktoren im Marktschaden-Ansatz im Anhang 1: Übersicht Regionalfaktoren Sturm, Erdbeben und AutoKasko S. XIII.

$\mathrm{CorrSCR}_{r \times c}$:= Korrelationsmatrix, die die Korrelationskoeffizienten zwischen je zwei Versicherungszweigen beschreiben (siehe Tabelle: Die Korrelationsmatrix der NatCat; Anhang 1),

2. Schritt: Berechnung der Kapitalanforderungen getrennt für alle man-made Katastrophen $\mathrm{SCR}_{\mathrm{MMCat}_i}$ und Aggregation zu $\mathrm{SCR}_{\mathrm{MMCat}}$.

Auch hier interpretiert man, wie beim Naturkatastrophenrisiko, den Bruttoschaden als Kapitalanforderung. Bei der Berechnung des man-made Risikos werden die Versicherungszweige i in Kraftfahrzeughaftpflicht-, Transport- und Luftfahrt-, Feuer- und Sach- und Haftpflichtversicherung eingeteilt.

$$\mathrm{Bruttoschaden}_{\mathrm{MM}_i} = \min\left(\mathrm{VU{-}Betroffenheit}_{\mathrm{MM}_i}, \text{obere Grenze}\right)$$

Bei man-made Katastrophen handelt es sich in der Regel um einzelne extreme Ereignisse, die anders als bei den Naturkatastrophen einen Versicherer in voller Höhe treffen. Bei diesen Katastrophen stellt die obere Grenze die Höchstexponierung des gesamten Portefeuilles dar und es wird die spezielle Risikoexponierung eines Unternehmens dadurch berücksichtigt[37]. Bei den man-made Katastrophen wird die VU-Betroffenheit durch einen nicht-linearen Zusammenhang zwischen dem 200-Jahres-Ereignis des Marktes, der Unternehmensgröße und einer unteren Schwelle beschrieben[38]. Der VU-Betroffenheit der man-made Katastrophen liegt die Idee zugrunde, dass die Höhe des 200-Jahresereignisses des VU dem $200 \cdot c$ – Jahresschaden $[0 \leq c \leq 1]$ des Marktes entspricht:

$$\mathrm{VU}_{200} = \mathrm{M}_{200 \cdot c}\,.$$

Die VU-Betroffenheit eines 200 Jährigen Ereignisses werden Beobachtungen von extremen Schadenereignissen betrachtet. Seien hierzu $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ unabhängige und

[37]Vgl. [1] GDV (2009), S. 26.
[38]Vgl. [1] GDV (2009), S. 35.

identisch verteilte Beobachtungen einer nichtnegativen Zufallsvariable Y mit Verteilungsfunktion F, sowie $u > 0$ eine fest gewählte Schranke. Jede Beobachtung Y_i, die den Schwellenwert u überschreitet heißt Exzedent zu u und die Differenz $X_i = Y_i - u$ heißt Exzess von Y_i über u. Für diese Verteilungsfunktion des Exzesses Y über einen hohen Schwellenwert u:

$$F_u(y) = P(Y - u \leq y | Y > u), \tag{3.1}$$

entspricht laut GDV näherungsweise einer verallgemeinerten Pareto Verteilung[39] (Generalized Pareto Distivution, kurz GPD):

$$G_{\xi,\sigma}(x) = 1 - \left(1 + \frac{\xi \cdot x}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}. \tag{3.2}$$

Der Exponenten $\alpha = \frac{1}{\xi}$ wird dabei pro Versicherungszweig auf Basis vorliegender Beobachtungen geschätzt. Es sei $F(y) = P(Y \leq y)$ die Verteilungsfunktion der täglichen Schadenhöhe Y. Für den Schwellenwert u gilt:

$$\begin{aligned} 1 - F(u) &= \frac{1}{t_u \cdot 365} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{N}{T}\right) \cdot 365}, \text{falls } t_u > \frac{1}{365}, \end{aligned}$$

mit

t_u := Gibt an, wie oft die Schwelle u innerhalb eines Zeitraumes von t Jahren im Mittel einmal überschritten wird und schätzt somit empirisch die Überschreitung der Schwelle. Hier wurden beispielsweise innerhalb von N Jahren an T Tagen Überschreitungen der Schwelle u beobachtet.

[39] Vgl. [5] GDV (2009), S. 57.

Für die Schadenhöhen $u + x$ oberhalb der Schwelle gilt entsprechend:

$$1 - F(u + x) = \frac{1}{t_{u+x} \cdot 365}.$$

Mit Hilfe der Formeln (3.1) und (3.2) gilt dann:

$$\begin{aligned} G_{\xi,\sigma}(x) &= P(Y < u + x | Y > u) \\ &= \frac{F(u + x) - F(u)}{1 - F(u)} \\ &= 1 - \frac{1 - F(u + x)}{1 - F(u)} \\ &= 1 - \frac{t_u}{t_{u+x}} \end{aligned}$$

Durch Umkehrung der verallgemeinerten Pareto Verteilung lässt sich aus den Jährlichkeiten t_u und t_{u+x} der gesuchte Quantilwert x zurückgewinnen:

$$x = G_{\xi,\sigma}{}^{-1}\left(1 - \frac{t_u}{t_{u+x}}\right) = \frac{\sigma}{\xi}\left(\left(\frac{t_u}{t_{u+x}}\right)^{-\xi} - 1\right). \tag{3.3}$$

Sei die Marktschadenhöhe M_{200} basierend auf einer realistischen Schätzung festgelegt. Betrachtet werde ein VU dessen Marktanteil nicht zu klein ist. Dann lässt sich die Formel (3.3) zur Quantilberechnung für den u übersteigenden Schadenanteil der extremen Ereignisse nutzen:

$$\begin{aligned} VU_{200} - u &= M_{200 \cdot c} - u \\ &= G_{\xi,\sigma}{}^{-1}\left(1 - \frac{t_u}{200 \cdot c}\right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\sigma}{\xi}\left(\left(\frac{t_u}{t_{u+x}}\right)^{-\xi} - 1\right)$$

$$= (M_{200\cdot c} - u) \cdot \frac{\left(\frac{200 \cdot c}{t_u}\right)^{\xi} - 1}{\left(\frac{200}{t_u}\right)^{\xi} - 1}.$$

Die Betroffenheit des VU ergibt sich nun als eine Funktion $f(c)$ des Marktanteils c, die nur noch vom Exponenten $\alpha = \frac{1}{\xi}$ und der Jährlichkeit t_u des Schwellenwertes abhängt:

$$VU_{200} = u + (M_{200} - u) \cdot f(c),$$

mit

$$f(c) = \frac{\left(\frac{200 \cdot c}{t_u}\right)^{\xi} - 1}{\left(\frac{200}{t_u}\right)^{\xi} - 1}.$$

Die Betroffenheit wird für jeden Versicherungszweig i Kraftfahrzeughaftpflicht- (KH), Transport- und Luftfahrt- (MAT), Feuer- und Sach- (SACH) und Haftpflichtversicherung (H) separat ermittelt und zum man-made Katastrophenrisiko aggregiert:

$$VU_{200,i} = SCR_{MMCat_i},$$

$$SCR_{MMCat} = \sqrt{\sum_{i \in S} {SCR_{MMCat_i}}^2},$$

mit

$$S \quad := \quad \{KH, MAT, SACH, H\}.$$

3. Schritt: Zusammenführung von Naturkatastrophen mit man-made Katastrophen.

Die Aggregation der Kapitalanforderungen aus man-made und Naturkatastrophen erfolgt mit einer Korrelation von 0:

$$SCR_{NL_{cat}} = \sqrt{SCR_{NL_{NatCat}}{}^{2} + SCR_{NL_{MMCat}}{}^{2}}.$$

Die gesamte Kapitalanforderung für das Risikomodul Nichtleben folgt mit:

$$SCR_{NL} = \sqrt{SCR_{NL_{pr}}{}^{2} + SCR_{NL_{cat}}{}^{2}},$$

und repräsentiert das versicherungstechnische Risikokapital eines Schaden Unfall Versicherers in den oben benannten Segmenten.

3.2.2 Das versicherungstechnische Risikomodul Unfall & Kranken

Bei der Struktur der Kapitalanforderungen (siehe Abbildung 7) für die quantitativen Auswirkungsstudien, integrierte CEIOPS die Berechnung der Risikoanforderung für das Unfallversicherungsgeschäft in das Krankenversicherungsgeschäft. In Deutschland ist das Unfallversicherungsgeschäft aber ein Teil des Schaden- und Unfallgeschäfts und sollte daher nicht unter dem Krankenversicherungsgeschäft bearbeitet werden. Für einen Schaden- und Unfallversicherer bedeutet dies, obwohl er keine Krankenversicherung betreibt, die Solvenzanforderung beider versicherungstechnischer Module (Kranken und Nichtleben) zu ermitteln. Da der Standardansatz für alle Versicherer das Risikomodul Kranken mit weiteren Subrisikomodulen vorsah, ergibt sich für einen Schaden- und Unfallversicherer einzig das Subrisikomodul Unfall & Kranken. Im Folgenden wird nur noch vom Risikomodul

Unfall & Kranken gesprochen, da die anderen Subrisikomodule für einen reinen Schaden- und Unfallversicherer irrelevant sind.

Die Kapitalanforderung Unfall & Kranken wird analog der Kapitalanforderung des versicherungstechnischen Risikomoduls Nichtleben berechnet. In einem ersten Schritt werden Prämien- und Reserverisiko der Geschäftszweige (lob) 1-4 (siehe Abbildung 7: Zusammensetzung der gesamten Kapitalanforderung) ermittelt. Dieses Risiko wird mit dem Katastrophenrisiko aggregiert und es ergibt sich, auch hier mit einer Korrelation von 0, die Kapitalanforderung des versicherungstechnischen Risikos Unfall & Kranken:

$$\mathrm{SCR_{ah}} = \sqrt{\mathrm{SCR_{ah_{pr}}}^2 + \mathrm{SCR_{ah_{cat}}}^2}.$$

3.2.3 Das Marktrisikomodul

Risiken die sich aus der Höhe und der Schwankung von Preisen am Kapitalmarkt ergeben, werden im Risikomodul Marktrisiko behandelt. Zur Berechnung der Kapitalanforderung für das Marktrisiko werden die Kapitalerfordernisse für die folgenden Subrisikomodule bestimmt:

- Aktienrisiko ($\mathrm{Mkt_{eq}}$)
- Konzentrationsrisiko ($\mathrm{Mkt_{conc}}$)
- Zinsänderungsrisiko ($\mathrm{Mkt_{int}}$)
- Fremdwährungsrisiko ($\mathrm{Mkt_{fx}}$)
- Spreadrisiko ($\mathrm{Mkt_{sp}}$)
- Immobilienrisiko ($\mathrm{Mkt_{prop}}$)

Die Solvenzkapitalanforderungen der jeweiligen Teilrisiken werden dabei über einen szenariobasierten Ansatz oder über einen faktorbasierten Ansatz berechnet. Das Zinsänderungs-, Aktien-, Immobilien-, Fremdwährungs-, und Spreadrisiko liegt einem Szenario zugrunde, über das die Kapitalanforderungen berechnet werden. Hierbei wird in einem ersten Schritt der Net Asset Value (NAV) gebildet und anschließend der jeweilige Schock mit Hilfe des Szenarios auf den NAV ausgeführt. Der Net Asset Value steht für die Vermögenswerte aller Vermögensgegenstände eines Unternehmens abzüglich seiner Verbindlichkeiten. Mit der Wertveränderung, dem ΔNAV[40] (siehe Abbildung 8), lassen sich nun die resultierenden Kapitalanforderungen bestimmen. Wie das genau für die jeweiligen Risikomodule stattfindet, wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit geschildert.

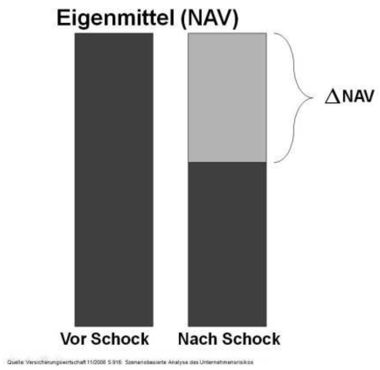


Abbildung 8: Szenariobasierte Analyse des Unternehmensrisikos

Anders als beim Zinsänderungs-, Aktien-, Immobilien-, Fremdwährungs-, und Spreadrisiko liegt dem Konzentrationsrisiko ein Faktorenansatz zugrunde und das benötigte Solvenzkapital wird hier in Abhängigkeit der Ratingklassen kalkuliert.
Die Kapitalanforderungen für diese Subrisikomodule werden unter Berücksichtigung verschiedener Korrelationseffekte zum gesamten Risikokapital für das Risikomodul $\mathrm{SCR}_{\mathrm{mkt}}$ aggregiert:

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{mkt}} = \sqrt{\sum_{\mathrm{r\times c}} \mathrm{CorrSCR}_{\mathrm{r\times c}} \cdot \mathrm{Mkt}_{\mathrm{r}} \cdot \mathrm{Mkt}_{\mathrm{c}}},$$

mit

[40] Die Differenz, die sich aus dem Vergleich der Marktwertveränderung für alle Vermögenswerte und Verbindlichkeiten vor und nach einem vorgegebenen Stressszenario ergibt.

$\mathrm{CorrSCR}_{r\times c}$:= Korrelationsmatrix, die die Korrelationskoeffizienten zwischen je zwei Risikomodulen beschreiben (siehe Tabelle: Die Korrelationsmatrix des Marktrisikos; Anhang 1),

$\mathrm{Mkt}_r, \mathrm{Mkt}_c$:= Die Kapitalanforderungen der individuellen Subrisikomodule gemäß den Zeilen und Spalten der Korrelationsmatrix CorrSCR.

3.2.3.1 Das Aktienrisiko

In der Kapitalanlage eines VU ist die Investition in Aktien von zentraler Bedeutung und ist nicht selten der größte Risikotreiber im Risikomodul Marktrisiko. Insbesondere durch die Gefahr eines Kursverfalls resultiert dieses Risiko. Mit Hilfe von Stressszenarien in Form von Aktienschocks wird die Auswirkung auf die Marktwertbilanz im Aktienrisiko untersucht. Alle Vermögensgegenstände und Verbindlichkeiten die mit ihrem Marktwert auf die Veränderung der Aktienpreise reagieren, werden einem Stresstest unterzogen. Der GDV-Standardansatz unterscheidet hier zwischen systematischen und unsystematischen Risiken und sieht vor, systematische Risiken zur Bestimmung des Aktienrisikos zu betrachten und die unsystematischen Risiken im Konzentrationsrisikomodul zu berücksichtigen.

Die Solvenzkapitalerfordernis für das Subrisikomodul Mkt_{eq} wird mit zwei Berechnungsvarianten bestimmt. Berechnungsvariation „across the board“ teilt die gesamten Aktienexposures in die Indizes „Global“ und „Andere“ ein, um den Exposure einem 32%igen bzw. einem 45%igen Marktverlust auszusetzen. Aktien von Gesellschaften in EWR- oder OECD-Staaten werden dem Index „Global“ zugeordnet und die übrigen dem Index „Andere“.

Bei der zweiten Berechnung, genannt „differentiated“, wird ein reduzierter Stress auf die Kapitalanlagearten „Global“ und „Andere“ angewandt (16% für „Global“ und 22,5% für „Andere“). Diese reduzierten Stressfaktoren gelten für folgende Beteiligungen:

- Beteiligungen an einem Versicherungs- oder Finanzunternehmen, die Teil der Gruppen- oder Finanzkonglomeratsaufsicht sind;

- Beteiligungen an einem Nicht- Versicherungs- oder Finanzunternehmen, welche innerhalb der Gruppen- oder Finanzkonglomeratsaufsicht betrachtet werden;
- Beteiligungen an einem Versicherungs- oder Finanzunternehmen, welches nicht Teil der Versicherungs- oder Finanzkonglomeratsaufsicht ist, wenn der Wert dieser Beteiligung 10% der anrechenbaren Eigenmittel des beteiligten Unternehmens nicht übersteigt.

Auf jede Kapitalanlageart i wird das jeweilige Szenario angewandt und es folgt mit:

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{eq,i}} = \max(\Delta\mathrm{NAV}|\mathrm{Aktienschock}_{\mathrm{i}}; 0),$$

die Kapitalanforderung für das Aktienrisiko wie folgt:

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{eq}} = \sqrt{\sum_{\mathrm{r\times c}} \mathrm{CorrMkt}_{\mathrm{r\times c}} \cdot \mathrm{Mkt}_{\mathrm{r}} \cdot \mathrm{Mkt}_{\mathrm{c}}},$$

mit

$\mathrm{CorrMkt}_{\mathrm{r\times c}}$	:=	Korrelationsmatrix, die die Korrelationskoeffizienten zwischen je zwei Kapitalanlagearten beschreiben (Tabelle im Anhang),
$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{r}}$, $\mathrm{Mkt}_{\mathrm{c}}$	:=	Die Kapitalanforderungen der individuellen Subrisikomodule gemäß den Zeilen und Spalten der Korrelationsmatrix CorrMkt.

3.2.3.2 Das Konzentrationsrisiko

Das Subrisikomodul $\mathrm{Mkt}_{\mathrm{conc}}$ quantifiziert das Risiko, das aufgrund erhöhter Konzentration in Kapitalanlagen von einzelnen Gegenparteien, Emittenten oder unter Kredit befindlichen Vermögensgegenständen entsteht. Von diesem Modul ausgenommen sind Staatsanleihen von OECD[41] oder EWR[42] Staaten[43] in der jeweiligen

[41] Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (OECD)
[42] Europäischer Wirtschaftsraum (EWR)

Währung, sowie Gelder, die für weniger als drei Monate bei Banken deponiert sind und die mindestens ein AA Rating aufweisen[44].

Die Berechnung folgt in mehreren Schritten. In einem ersten Schritt findet die Bewertung des Überschuss-Exposures statt. Dabei wird der Marktwert der Kapitalanlagen als Risikoträger herangezogen und es ergibt sich damit aus

$$\mathrm{XS_i} = \max\left\{0; \frac{\mathrm{E_i}}{\mathrm{Assets_{xl}}} - \mathrm{CT_i}\right\},$$

mit

$\mathrm{E_i}$	:=	Nettoexposure ggü. der Gegenpartei i,
$\mathrm{Assets_{xl}}$	:=	Marktwert der Kapitalanlagen,
$\mathrm{CT_i}$	:=	Schranke unter Abhängigkeit vom Rating der Gegenpartei i,

der Anteil des Risikokapitalbedarfs pro Gegenpartei. In einem nächsten Schritt wird der Risikokapitalbedarf pro Gegenpartei mit einem Risikofaktor $\mathrm{g_i}$ kalkuliert. Dieser Risikofaktor wird ebenfalls in Abhängigkeit vom Rating vorgegeben und es ergibt sich die Berechnung des Risikokapitalbedarfs für das Konzentrationsrisiko pro Gegenpartei wie folg:

$$\mathrm{Conc_i} = \mathrm{Assets_{xl}} \cdot \mathrm{XS_i} \cdot \mathrm{g_i}.$$

Das gesamte Risikokapital für das Submodul Konzentrationsrisiko resultiert aus der Aggregation zwischen den Risikokapitalanforderungen pro Gegenpartei:

$$\mathrm{Mkt_{conc}} = \sqrt{\sum_{\mathrm{i}} \mathrm{Conc_i^2}}.$$

[43] Risikofreie Länder mit einer guten Bonität

[44] Vgl. [10] Versicherungswirtschaft Heft 11/2008 S. 916

3.2.3.3 Das Zinsänderungsrisiko

Schwankungen im Zinsniveau sind am Kapitalmarkt an der Tagesordnung und können die Vermögenswerte täglich verändern. Da die Prämieneinnahmen und die Versicherungsleistungen eines VU in der Regel voneinander zeitlich versetzt sind, investiert das VU in verschiedene Zinsträger. Durch die Entwicklung des Marktzinses kann es daher zu erheblichen Veränderungen der Solvency II Bilanz kommen, da sich eine Zinsänderung unmittelbar auf die Aktiv- und Passivposten der Marktbilanz auswirkt. Bei anderen Marktrisiken – unter anderem beim Aktienrisiko – wirkt der Stresstest nur auf den Aktivposten und die Passivseite bleibt starr. Beim Zinsänderungsrisiko wird szenariobasierend ein Zinsanstieg und ein Zinsrückgang betrachtet, wobei das schlechtere Szenario die Risikokapitalanforderung bildet. In dem Submodul werden zwei Szenarien mit jeweils zwei Stresstests (Zinsanstieg und Zinsrückgang) angenommen, die mit zwei verschiedenartigen Zinsstrukturkurven inszeniert werden. Die Null-Kupon Swap-Kurve und die Null-Kupon Government Kurve.

Die Government Kurve ist vom GDV in QIS4b neu getestet worden und für Unternehmen gedacht, die bei den vorherigen QIS Studien teilnahmen und überwiegend langlaufendes Geschäft aufweisen. Da die Duration der Kapitalanlagen und Versicherungsleistungen im Bereich Schaden / Unfall im Vergleich zur Sparte Leben kurz ist – einzig Haftpflichtprodukte haben eine längere Abwicklungslaufzeit – wird die Null-Kupon Government Kurve in dem weiteren Verlauf der Arbeit nicht berücksichtigt.

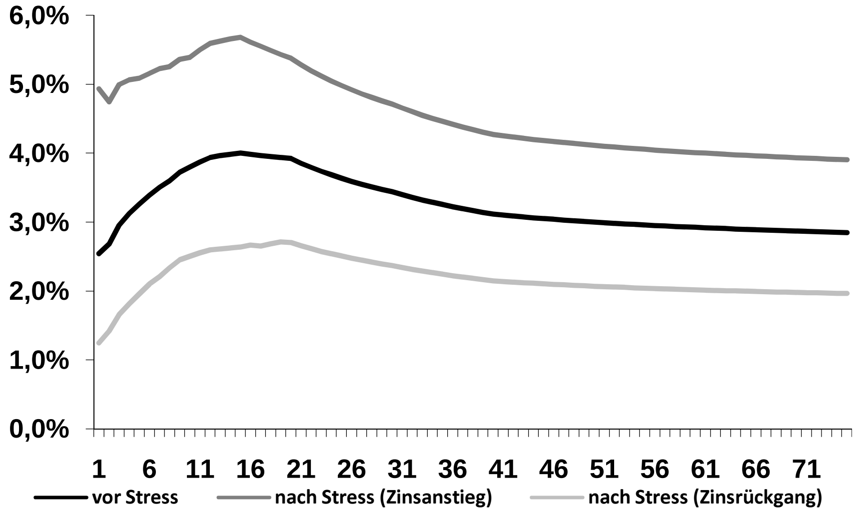


Abbildung 9: Risikolose Zinsstrukturkurve

Im Stressfall werden die risikoadjustierten Zinsstrukturkurven nach unten oder noch oben verschoben. Wie beispielsweise das Stressszenario für vt. Rückstellungen in Abbildung 9. Zur Verschiebung der risikoadjustierten Zinskurve werden die errechneten absoluten Zinsänderungen[45] durch Verschiebung der risikolosen Null-Kupon Swapkurve auf die entsprechende risikoadjustierte Zinsstrukturkurve addiert (Zinsanstieg) bzw. von derselben subtrahiert (Zinsrückgang). Die Anwendung der relativen Schockfaktoren auf die risikoadjustierte Zinsstrukturkurve wäre nicht korrekt, da auf diese Weise eine doppelte Betrachtung der Risikoaufschläge erfolgen würde[46].

Die Kapitalanforderung des Zinsänderungsrisikos ergibt sich wie folgt:

$$\mathrm{Mkt_{int}} = \max\left[-\min\left(\mathrm{Mkt_{int}^{Up}}, \mathrm{Mkt_{int}^{down}}\right); 0\right],$$

[45] Siehe Tabelle: Werte der Zinsstrukturkurve; Anhang 1.

[46] Vgl. [1] GDV (2009), S. 24.

mit

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{Up}} = \Delta\mathrm{NAV}^{\mathrm{Up}} = \mathrm{NAV}^{\mathrm{Up}} - \mathrm{NAV}^{\mathrm{vorSchock}},$$

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{down}} = \Delta\mathrm{NAV}^{\mathrm{down}} = \mathrm{NAV}^{\mathrm{down}} - \mathrm{NAV}^{\mathrm{vorSchock}}.$$

Die beiden Größen $\mathrm{Mkt}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{Up}}$ und $\mathrm{Mkt}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{down}}$ geben den Kapitalbedarf für das Zinsrisiko bei Verwendung der gestressten Zinskurve wider[47]. Das Zinsrückgangsrisiko ergibt sich durch den Abzug des Marktwertanstiegs bei den Kapitalanlagen vom Marktwertanstieg der Verbindlichkeiten. Analog ermittelt sich das Zinsanstiegsrisiko (veranschaulicht in Abbildung 10 und Abbildung 11).

Abbildung 10: QIS4b Bilanz bei Zinsanstieg

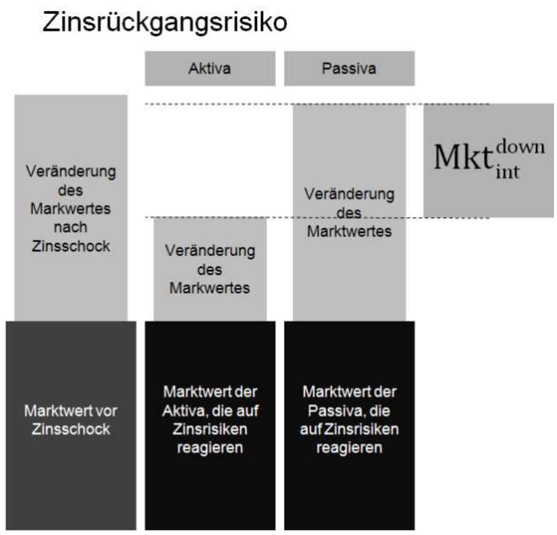


Abbildung 11: QIS4b Bilanz bei Zinsrückgang

3.2.3.4 Das Fremdwährungsrisiko

Während der Durchführung von Auslandsgeschäften kann es zu Wechselkursveränderungen am Devisenmarkt kommen. So besteht für ein VU die Gefahr, dass die Fremdwährung im Besitz des VU an Wert verlieren könnte. Daher wird das Fremdwährungsrisiko auch oft als Wechselkursrisiko bezeichnet und stellt das Risiko dar, das aufgrund von Volatilitäten am Devisenmarkt eine Abwertung der

[47] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S. 30.

Währung der Kapitalanlage gegenüber der Währung der Versicherungsverpflichtungen eintreten kann. Dabei ergibt sich die Kapitalanforderung durch die Auswertung zweier Szenarien. Dem Währungsexposure werden eine Ab- und eine Aufwertung der ausländischen Währung gegenüber dem Euro um jeweils 20% unterstellt. Anschließend ergibt sich aus dem ungünstigeren Szenario die Kapitalanforderung für das Fremdwährungsrisiko $\mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}}$.

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}} = \max\left[\left(\mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}}^{\mathrm{Anstieg}}, \mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}}^{\mathrm{Rückgang}}\right); 0\right]$$

mit

$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}}^{\mathrm{Anstieg}}$:= ΔNAV des aufwärts gerichteten Schocks,

$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{fx}}^{\mathrm{Rückgang}}$:= ΔNAV des abwärts gerichteten Schocks.

3.2.3.5 Das Spreadrisiko

Das Spreadrisiko kennzeichnet die Wertänderung von Zinspapieren zwischen risikolosen Zinspapieren und anderen Zinsinstrumenten. Die Studie versucht das Risiko eines Marktwertverlustes der Kapitalanlagen durch Änderung des Kreditspreads zu erfassen. Dabei setzt sich das Spreadrisiko aus drei Bausteinen zusammen. Kapitalanforderungen von Anleihen, von strukturierten Kreditprodukten und von Kreditderivaten werden, um das Spreadrisiko bestimmen zu können, analysiert. Es werden die Bewertungen der Ratingagenturen, sowie die Duration und das Kreditrisikoexposure zu Marktwerten der einzelnen Risikoexposures benötigt. Wichtig zu erwähnen ist, dass jene Wertpapiere mit Gewährträgerhaftung nicht in die Berechnung des Spreadrisikos eingehen (Bundesanleihen oder Garantien von Staaten sind ein Bestandteil dieser Ausnahmen). Die Formel zur Berechnung des Spreadrisikos setzt sich wie folgt zusammen:

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{sp}} = \mathrm{Mkt}_{\mathrm{sp}}^{\mathrm{bonds}} + \mathrm{Mkt}_{\mathrm{sp}}^{\mathrm{struct}} + \mathrm{Mkt}_{\mathrm{sp}}^{\mathrm{cd}},$$

mit

$\mathrm{Mkt_{sp}}$:= Kapitalanforderung für das Spreadrisiko,

$\mathrm{Mkt_{sp}^{bonds}}$:= Kapitalanforderung für das Spreadrisiko von Anleihen,

$\mathrm{Mkt_{sp}^{struct}}$:= Kapitalanforderung für das Spreadrisiko von strukturierten Kreditprodukten,

$\mathrm{Mkt_{sp}^{cd}}$:= Kapitalanforderung für das Spreadrisiko von Kreditderivaten.

Die Kapitalanforderung für das Spreadrisiko von Anleihen ist dabei wie folgt beschrieben:

$$\mathrm{Mkt_{sp}^{bonds}} = \sum_{\mathrm{i}} \mathrm{MV_i} \cdot \mathrm{m(dur_i)} \cdot \mathrm{F(rating_i)} + \Delta \mathrm{Liab_{ul}},$$

mit

$\mathrm{MV_i}$:= Marktwert des Kreditexposure i,

$\mathrm{F(rating_i)}$:= Funktion der Ratingklasse des Kreditexposure i,

$\mathrm{m(dur_i)}$:= Funktion über die Duration des Kreditexposure i.

Das Spreadrisiko von strukturierten Kreditprodukten wird ermittelt durch:

$$\mathrm{Mkt_{sp}^{struct}} = \sum_{\mathrm{i}} \mathrm{MV_i} \cdot \mathrm{n(dur_i)} \cdot \mathrm{G(rating_i)} + \Delta \mathrm{Liab_{ul}},$$

mit

$\mathrm{MV_i}$:= Marktwert des Kreditexposure i,

$\mathrm{G(rating_i)}$:= Funktion der Ratingklasse des Kreditexposure i,

$\mathrm{n(dur_i)}$:= Funktion über die Duration des Kreditexposure i.

Zur Bestimmung des Spreadrisiko für Anleihen und strukturierte Kreditprodukte wird ein Faktoransatz verwendet. Die Anforderungen ergeben sich aus den jeweiligen

Marktwerten der Kreditexposures, die mit der effektiven oder modifizierten Duration und einem Faktor der jeweiligen Ratingklasse multipliziert werden (siehe Tabelle 3: Ratingklassen des Kreditexposure)[48].

$\mathrm{Rating_i}$	$\mathrm{F(rating_i)}$	$\mathrm{G(rating_i)}$
AAA	0,25%	2,13%
AA	0,25%	2,55%
A	1,03%	2,91%
BBB	1,25%	4,11%
BB	3,39%	8,42%
B	5,60%	13,35%
CCC oder niedriger	11,20%	29,71%
Unrated	2,00%	100,00%

Tabelle 3: Ratingklassen des Kreditexposure

Für das bestimmen der Kapitalanforderung für das Spreadrisiko von Kreditderivaten wird ein Szenario zugrunde gelegt. Durch die zwei folgenden Schockszenarien wird eine Wertveränderung spezieller Finanzprodukte am Kapitalmarkt simuliert und es folgen ein Marktwertrückgang in den Kapitalanlagen oder steigende Verbindlichkeiten.

1. Szenario: Ausweiten des Kreditspreads um 300%.
2. Szenario: Reduzieren des Kreditspread um 75%.

Aus dem ungünstigeren Szenario resultiert anschließend die Kapitalanforderung für das Risiko von Kreditderivate $\mathrm{Mkt_{sp}^{cd}}$.

3.2.3.6 Das Immobilienrisiko

Das Immobilienrisiko erfasst das Risiko eines Marktverlustes von Immobilieninvestments durch die Veränderung der Immobilienpreise am Kapitalmarkt.

[48] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S.32.

Die Risikokapitalanforderung für Immobilienrisiken ergibt sich aus der Anpassung des NAV auf Basis eines Marktpreisverfalls von Immobilien in Höhe von 20%.

$$\mathrm{Mkt}_{\mathrm{prop}} = \left(\Delta\mathrm{NAV}_{\mathrm{prop}} \middle| \mathrm{probertyshock}\right)$$

Wobei „propertyshock“ der Preisverfall der Immobilien in Höhe von 20% ist.

3.2.4 Das Ausfallrisikomodul

Das Ausfallrisiko ist das Risiko, dass bestehende Risikominderungsinstrumente aus dem Versicherungsunternehmen nicht greifen. Das kann durch einen unerwarteten Ausfall oder durch eine Verschlechterung der Bonität von Gegenparteien erfolgen. Unter Risikominderungsinstrumente sind unter anderem die Rückversicherung, Verbriefung und Finanzderivate, Forderungen an Vermittler sowie weitere Kreditexposures[49] zu sehen. Daher kann das Ausfallrisiko auch als Kreditrisiko bezeichnet werden. Das Ausfallrisiko hat gegenüber den anderen Risikomodulen eine gewisse Sonderstellung. Es besitzt als einziges Modul keine Submodule und der SCR-Wert hängt von den in den anderen Risikomodulen zu berechnenden SCR-Werten ab.

Zur Berechnung der Kapitalanforderungen muss der Loss Given Default (LGD) einer jeden Gegenpartei angegeben werden. Dieser bezeichnet die mögliche Verlusthöhe bei einem Ausfall der Gegenpartei. Der LGD, ein Volumenmaß, berechnet sich wie folgt:

$$\mathrm{LGD} = 0{,}5 \cdot \max(\mathrm{Exposure} + \mathrm{SCR}_{\mathrm{RM}}^{\mathrm{brutto}} - \mathrm{SCR}_{\mathrm{RM}}^{\mathrm{netto}} - \mathrm{Collateral}; 0),$$

mit

Exposure	:=	Marktwert der jeweiligen Forderung,
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{RM}}^{\mathrm{brutto}}$	:=	Nettokapitalanforderungen der jeweiligen Risikomodule,
$\mathrm{SCR}_{\mathrm{RM}}^{\mathrm{brutto}}$	:=	Bruttokapitalanforderungen der jeweiligen Risikomodule,

[49] Die Kreditexposures, die nicht im Spreadrisikomodul betrachtet werden, weil die Gegenpartei voll oder teilweise zahlungsunfähig ist.

Collateral := Zusätzliche Sicherheiten zur Abdeckung möglicher Verluste der Gegenparteien.

Der Faktor 0,5, der mit dem Forderungsausfallexposure multipliziert wird, resultiert aus der Idee, dass sich selbst bei einem Forderungsausfall noch bestimmte Werte gewinnen lassen.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die Ausfallwahrscheinlichkeit (PD). Die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Gegenpartei wird auf der Grundlage externer Bewertungen und dem jeweiligen Schuldnergrad abgeleitet (Tabelle 4).

$Rating_i$	Credit Quality Step	PD_i
AAA	1	0.002%
AA		0.01%
A	2	0.05%
BBB	3	0.24%
BB	4	1.20%
B	5	6.04%
CCC or lower, unrated	6, -	30.41%

Tabelle 4: Ratingskala von Standard & Poor

Drei Schritte werden nun zur Berechnung der Kapitalanforderung durchgeführt. Erster Schritt ist die Ermittlung des Konzentrationsrisikos. Anschließend erfolgt die Bestimmung der Kapitalanforderung pro Gegenpartei und schließlich die Aggregation zum gesamten Ausfallrisiko.

Zur Ermittlung des Konzentrationsrisikos wird der Herfindahl-Index verwendet. Er ist eines der am häufigsten benutzten Maße zur Messung der Konzentration und hier gegeben durch:

$$H = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{LGD}_i^2 \Big/ \left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{LGD}\right)^2,$$

wobei die Summe über alle Gegenparteien i gebildet wird. Portfolios deren Kapitalanlagen stark verteilt sind, erreichen einen Herfindahl-Index nahe null und weisen somit eine minimale Konzentration auf. Analog verhält es sich mit einem Portfolio dessen Kapitalanlagen gebündelt auf wenige Gegenparteien fallen. Dann zeigt der Herfindahl-Index merklich höhere Werte, bis hin zur maximalen Konzentration. In dem Fall nimmt der Herfindahl-Index den Wert 1 an, da das gesamte Exposure auf eine einzige Gegenpartei fällt[50].

Die Korrelation ergibt sich aus folgender Formel und wurde auch in der vorherigen Auswirkungsstudie von der CEIOPS so vorgegeben:

$$\mathrm{R} = 0{,}5 + 0{,}5 \cdot \mathrm{H}.$$

Damit ergibt sich die Anforderung für das Ausfallrisiko einer Gegenpartei i aus den Kosten des Ausfalls und der Ausfallswahrscheinlichkeit. Der Risikokapitalbedarf für R kleiner 1 lässt sich auf Basis der Vasicek-Verteilung durch:

$$\mathrm{Def_i} = \mathrm{LGD_i} \cdot \mathrm{N}\left[(1-\mathrm{R})^{-0{,}5} \cdot \mathrm{G}(\mathrm{PD_i}) + \sqrt{\frac{\mathrm{R}}{1-\mathrm{R}}} \cdot \mathrm{G}(99{,}5\%)\right],$$

mit

N := kommutative Verteilungsfunktion der standardnormalverteilten Zufallsvariable,

G := inverse Verteilungsfunktion von N,

und für R = 1 durch:

$$\mathrm{Def_i} = \mathrm{LGD_i} \cdot \min(100 \cdot \mathrm{PD_i}; 1),$$

[50] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009). S. 36.

ermitteln.

Die individuellen Kapitalanforderungen $\mathrm{Def_i}$ werden aggregiert und es ergibt sich aus der Summe der Kapitalanforderungen der einzelnen Gegenparteien die Gesamtkapitalanforderung für das Ausfallrisiko eines Versicherers:

$$\mathrm{SCR_{def}} = \sum_{\mathrm{i}} \mathrm{Def_i}.$$

3.2.5 Das Operationelle Risikomodul

In diesem Risikomodul werden Gefahren von Verlusten als Folge von Unzulänglichkeiten oder des Versagens von Menschen, internen Prozessen oder Systemen sowie aufgrund externer Ereignisse dargestellt. Reputationsrisiken und Risiken, die sich aus strategischen Entscheidungen heraus ergeben, fallen nicht mit unter die operationalen Risiken. Rechtsrisiken sind aber mit eingeschlossen[51]. Die Berechnung der Kapitalanforderung basiert auf einem Faktorenansatz, welcher aufgrund der bestehenden Unzulänglichkeiten über statistische Angaben auf sehr einfache Annahmen beruht. Die Anforderung für das operationale Risiko entspricht mindestens dem Maximum aus zwei Prozent der verdienten Bruttobeiträge oder zwei Prozent der versicherungstechnischen Rückstellungen. Begrenzt nach oben wird diese Anforderung durch 30 Prozent des Basis Solvenzkapitals:

$$\mathrm{SCR_{op}} = \min\{0{,}30 \cdot \mathrm{BSCR}; \mathrm{Op}\},$$

mit

$$\mathrm{Op} \quad := \quad 0{,}02 \cdot \max\{\text{verdiente Bruttobeiträge}, \text{vt. Brutto Rückstellungen}\}.$$

Zusammen mit dem operationellen Risiko sind alle Risikomodule vollständig beschrieben und können zum Gesamtrisiko (SCR) aggregiert werden.

---

[51] Vgl. [1] GDV (2009), S. 38 f.

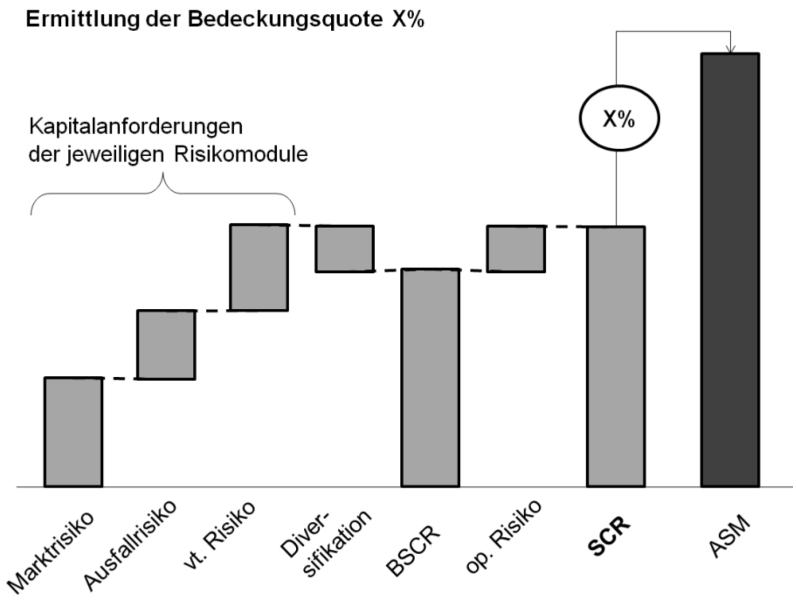


Abbildung 12: Aggregation zum Gesamtrisiko und Ermittlung der Bedeckungsquote

Abbildung 12 zeigt die Ermittlung der Bedeckungsquote, wobei die ökonomischen Eigenmittel (ASM) erst fest stehen, wenn die Risikomarge berechnet wurde.

3.3 Berechnung der Risikomarge

Erst wenn die Risikomarge berechnet ist, kann die endgültige QIS4b-Bilanz und daraus abgeleitet die Eigenmittel bestimmt werde. Das Konzept zur Berechnung der Risikomarge sieht vor, die Solvenzkapitalanforderung eines jeden Versicherungszweiges für jedes zukünftige Abwicklungsjahr t zu bestimmen und mit der risikolosen Zinsstrukturkurve[52] zu diskontieren. Die Segmente sind dabei alle zuvor berechneten Solvenzanforderungen des Katastrophen-, des Prämien- und Reserve-, des Ausfall- und des operationellen Risikos. Die Risikomarge pro lob wird ausgehend vom Kapitalkostenansatz folgendermaßen bestimmt:

$$\mathrm{CoCM_{lob}} = \mathrm{CoC} \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{1}{(1 + r_t)^t} \cdot \mathrm{SCR_{t,lob}},$$

mit

[52] Als Zinsstrukturkurve dient wieder die SWAP-Kurve.

CoC	:=	Kapitalkostenansatz von 6%,
$\mathrm{r_t}$	:=	risikoloser Zins der Zinsstrukturkurve zum jeweiligen Abwicklungsjahr t,
$\mathrm{SCR_{t,lob}}$	:=	Kapitalanforderung der jeweiligen lob zum Abwicklungsjahr t.

Die exakte Berechnung der zukünftigen Solvenzkapitalanforderungen $\left(\forall\ \mathrm{SCR_{t,lob}};\ t \geq 1\right)$ ist zwar prinzipiell möglich, aber allgemein mit großem Aufwand verbunden. Zur Vereinfachung können die zukünftigen Solvabilitäten geeignet approximiert werden.
Die Gesamtmarge ergibt sich ohne Beachtung möglicher Diversifikationseffekte aus der Summe der Risikomargen der Geschäftsfelder(lob).

3.4 Würdigung

Der Standardansatz ermittelt über einen Buttom-up-Ansatz das geforderte Solvenzkapital und die damit einhergehende Bedeckungsquote. Durch den modularen Aufbau des Modells werden die Risiken eines Schaden- und Unfallversicherers klar zugeordnet und es kann, da alle wesentlichen Risikokategorien berücksichtigt werden, eine Risikoeinschätzung vorgenommen werden. Im Sinne des Proportionalitätsprinzips soll unabhängig von der Unternehmensgröße die Solvabilitätsanforderung in einem adäquaten Verhältnis zu Art und Umfang der Risiken des Versicherungsunternehmens stehen. Daher sind in QIS4b viele Vereinfachungen vorgesehen. Diese sind jedoch immer damit begründet, dass unabhängig von der Art und dem Umfang der Risiken, kleinere und mittlere Unternehmen nicht mit der Einführung des Standardmodells überfordert werden sollen, was wiederum ein Widerspruch zum Proportionalitätsprinzip ist.
Die Auswirkungsstudie QIS 4b und der daraus resultierende Standardansatz, der hier beschrieben wurde ist ein speziell vom GDV für Deutschland getesteter Ansatz. Übergeordnet steht das Projekt Solvency II, welches einen europaweiten Standardansatz mit europaweit vergleichbaren und konsistenten Berechnungen. Dies ist positiv zu würdigen für die Erreichung von mehr Transparenz und einheitlichen Bewertungsstandards.

Im Standardansatz werden über faktor- und szenariobasierte Ansätze die Kapitalanforderungen der jeweiligen Risikomodule ermittelt. Dabei wird durch die ökonomische Sicht auf die Bilanzpositionen eine realitätsnahe Beurteilung der Risikotragfähigkeit ermöglicht.

Risikomindernde Instrumente wie Rückversicherung werden vom Standardansatz berücksichtigt, sind aber eher unspezifisch gestaltet. Beispielsweise wird bei der Ermittlung des Katastrophenrisikos dem Versicherungsunternehmen keine Möglichkeit gegeben, andere Rückversicherungsarten (z.B. Stop-Loss-Rückversicherung) anzugeben. Andere risikomindernde Effekte wie Diversifikation werden im Modell zwar berücksichtigt aber die Anpassung der Korrelationsmatrizen erfolgt nicht auf Basis von Daten des gesamten Versicherungsmarktes, sondern auf Basis einzelner Versicherungsmärkte. Es kann somit nicht sichergestellt werden, dass aktuelle Marktgegebenheiten angemessen berücksichtigt sind[53]. Des Weiteren ist das Bewerten der Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Kapitalanforderungen mittels linearer Korrelation kritisch zu sehen. Teilweise werden Korrelationen zwischen den Risiken gar nicht berücksichtigt und es findet eine einfache Aggregation mit der „typischen" Wurzelformel statt. Beispielsweise zeigte der GDV, dass zwischen den Prämien- und Reserverisiko und Katastrophenrisiko eine Korrelation von 0,3 existiert. Angenommen wurde aber eine Korrelation von 0. Bis auf diese Ausnahme wurde im Standardansatz eher mit höheren Korrelationen für die Risikoaggregation gearbeitet. Diese Vorgehensweise kann jedoch problemlos durchgeführt werden, da der Standardansatz konservativ sein soll und die Übergehung des Diversifikationseffektes allemal die Kapitalanforderung größer werden lässt.

Zur Berechnung der verschiedenen Kapitalanforderungen der Risikomodule werden zum Teil Risikofaktoren anhand von Ratingeinstufungen herangezogen. Falls Versicherungsunternehmen über keine entsprechende Bewertung verfügen behandelt sie der Standardansatz sehr verschieden, obgleich sie den Solvency II Richtlinien unterliegen. Speziell im Marktrisiko werden solche Risikofaktoren vorgegeben.

[53] Vgl. [9] Schradin und Ehrlich (2009), S.37 ff.

Weiterhin werden Inflationseffekte vom Standardansatz vollständig ausgeblendet und gehen nicht mit in die jeweiligen Kapitalermittlungen ein.
Auf europäischer Ebene wurde der Standardansatz so konzipiert, dass die private Unfallversicherung im Krankenrisikomodul abgebildet wird. Das deutsche Geschäftsmodell aber widerspricht diesem Aufbau, da die deutsche private Unfallversicherung dem Risikomodul Nichtleben zugeordnet ist.
Als Risikomaß im Standardansatz wird der Value at Risk herangezogen, der die Ruinenwahrscheinlichkeit bestimmen soll. Das Versicherungsunternehmen soll genug Risikokapital aufweisen können, um einen 2oo Jahresschaden zu überstehen. Aus der theoretischen Sicht ist der Value at Risk ein unzulängliches Risikomaß, da er kein kohärentes Risikomaß ist. Aus praktischer Sicht gegenüber dem Standardansatz spricht jedoch einiges für den Einsatz des Value at Risk. Zum einen ist er gegenüber anderen Risikomaßen wie dem Tail Value at Risk einfach, anschaulich und steht in Beziehung mit der Ruinwahrscheinlichkeit. Und zum anderen genügt der Value at Risk in der Klasse der elliptischen Verteilungen der Eigenschaft der Subadditivität und wird zum kohärenten Risikomaß. Der Standardansatz verwendet überwiegend die Normalverteilung als eine elliptische Verteilung, weswegen der Value at Risk ausreichend ist.
Für die SV Gebäudeversicherung AG ist besonders das Risikomodul der Vt. Nichtleben explizit zu würdigen. Speziell das Risikokapital für das Katastrophenrisiko sollte mit besonderer Vorsicht ermittelt werden, da die SV Gebäudeversicherung AG der größte Gebäudeversicherer Europas ist. Im Standardansatz ist keine Möglichkeit gegeben, die exakte Rückversicherungsstruktur zu modellieren und damit den Nettoschaden unternehmensspezifisch abzubilden. Es wird von vornherein in drei Naturgefahren (Sturm, Überschwemmung und Erdbeben) unterteilt. Besitzt das VU einen Rückversicherungsschutz der mehrere Naturgefahren gemeinsam abdeckt, so kann beispielsweise die Haftungsstrecke nur unsachgemäß angegeben werden. Zum anderen wird der Bruttoschaden mit Hilfe eines Exponierungsfaktors über die Versicherungssumme berechnet. Dieser Faktor wurde vom GDV vorgegeben und kann keinesfalls das unternehmensindividuelle Risikoprofil der SV Gebäudeversicherung AG realistisch darstellen. Eine wirklichkeitsnahe Berechnung der Kapitalanforderung für

Naturkatastrophen ist aber gerade für die SVG, als größter Gebäudeversicherer Europas von zentraler Bedeutung. Anteilig über zwei-drittel der Gesamtkapitalanforderung sind im Standardansatz aus dem Subrisikomodul Naturkatastrophen. Dies alleine zeigt schon, dass es von essenzieller Bedeutung ist an dieser Stelle eine passendere Modellierung zu entwickeln.

Um generell eine gute Zuverlässigkeit der Schätzungen aus dem Standardansatz zu gewährleisten, sind hinreichend viele Daten heranzuziehen. Allerdings sind aktuell noch nicht alle Versicherungsunternehmen in der Lage, mit genug Daten die Berechnungen durchzuführen. Vor allem bei der Höhe der Rückstellungen ist durch unzureichende historische Daten die Schätzung kritisch zu betrachten. Genau vor diesem Hintergrund steckt eine generelle Gefahr. Da nur auf endlich viele Daten aus der Vergangenheit zurückgegriffen und niemand in die Zukunft blicken kann, besteht die realistische Bedrohung das zukünftige Risiko zu unterschätzen. Dieses Problem wird mit dem Grundsatz der konservativen Parametrisierung entschärft, auf die sich der Standardansatz bezieht. Dies wiederum führt im Ergebnis zu einer höheren Kapitalanforderung als es in einem internen stochastischen Risikomodell der Fall wäre, welches die detaillierte Risikosituation des jeweiligen Unternehmens widerspiegelt.

4 Das interne stochastische Risikomodell

Ein internes stochastisches Risikomodell ist ein stochastisches Modell, das mittels stochastischer Verfahren messbare Aktiv- und Passivrisiken der betrachteten Gesellschaft und ggf. des gesamten Konzerns abbildet. Dabei sollte es über die unternehmensindividuelle Modellierung der stochastischen Geschäftsgrößen die deutlichen finanziellen Auswirkungen konsistent quantifizieren und Abhängigkeitsstrukturen zwischen allen Risikogrößen berücksichtigen[54].

Im Rahmen von Solvency II und immer weiter steigenden Anforderungen an die Versicherungsunternehmen, wie beispielsweise das Problem des demografischen Wandels in Deutschland für Lebensversicherungsunternehmen oder die Entwicklung der Naturkatastrophen für Schaden- und Unfallversicherungsunternehmen, wächst die Bedeutung von internen stochastischen Risikomodellen in der Versicherungswirtschaft. Im Folgenden werden der Einfachheit halber interne stochastische Risikomodelle auch als interne Modelle bezeichnet.

Nicht allein wegen den aufsichtsrechtlichen Vorschriften wie es durch Solvency II der Fall ist, beschäftigen sich die Konzerne mit internen Modellen. Vielmehr aufgrund der Tatsache, dass mit Hilfe der wertorientierten Steuerung eine wichtige Entscheidungshilfe für das Management gegeben ist. Das Modell leistet einen wesentlichen Beitrag zur wert- und risikoorientierten Steuerung von Versicherungsunternehmen, bei denen das Unternehmen nach Risikokennzahlen gesteuert wird. Interne Modelle sollen dabei nicht die Entscheidungen des Managements ersetzen, eher eine ausgereifte Entscheidungsgrundlage liefern. Seit 2008 wird in der SV Gebäudeversicherung AG mit einem internen Modell gearbeitet. Seitdem ist ein detaillierter Überblick über die Zusammenhänge zwischen der Versicherungstechnik und der Kapitalanlage möglich. Um ein internes Modell angemessen vorzustellen, gibt diese Arbeit einen Überblick über die Grundlagen eines allgemeinen internen Modells und geht an geeigneter Stelle vom Beispiel der SV Gebäudeversicherung AG aus. Angesichts des Risikoportfolios der SV

[54] Vgl. [12] DGVFM (2008), S. 5.

Gebäudeversicherung AG mit den zahlreichen Gebäudeversicherungen im Bestand resultierend aus dem ehemaligem Gebäudemonopol, wird der Fokus dieser Arbeit auf den Einfluss von Naturkatastrophen auf das Risikokapital gelegt. Die Bestandteile des internen Modells der SV SparkassenVersicherung werden kurz vorgestellt und Anforderungen sowie spezielle Strukturen näher beschrieben. Da das Risiko aus Naturkatastrophen für das Versicherungsunternehmen essenziell ist, wird die Rückversicherungsstruktur der SVG für Elementarereignisse beschrieben und eine mögliche Schadenkalibrierung beim Katastrophenrisiko ausführlich erläutert.

4.1 Ziele

Durch die stochastische Modellierung des internen Modells können Abhängigkeiten zwischen einzelnen Risiken ausfindig gemacht werden, die wiederum für die Risikoaggregation später sehr nützlich sein kann. Diese Modellierung macht es auch möglich, wertschöpfende oder wertvernichtende Segmente des Versicherungsunternehmens zu identifizieren. Eine Optimierung der Rückversicherungs- und Kapitalanlagestruktur ist zudem möglich. Die wichtigste Zielgröße ist sinngemäß – wie im GDV-Standardansatz – die Berechnung des benötigten Risikokapitals zu Marktwerten, um die augenblickliche Risikosituation des Unternehmens darzulegen.

Die Bedeutung des Modells liegt aber außerdem noch in den qualitativen Aspekten verschiedener Bereiche eines Versicherungsunternehmens. So ist die Verbesserung des Risikomanagement oder einer angemessenen Aufsicht durch die Revision (besser nachvollziehbar aufgrund detailierter Dokumentationen) ein Vorteil eines funktionierenden internen Modells. Insbesondere für Unternehmen die kein Standardrisikoprofil aufweisen lohnt sich ein solches Modell.

4.2 Quantitative Anforderungen

Um die individuelle Risikolage eines Versicherungsunternehmens angemessen abzubilden, ist die Erstellung eines internen Modells unumgänglich. Im Vergleich zu Lebensversicherungsunternehmen, bei denen die vt. Risiken über eine längere Periode als stabil angesehen werden können, unterliegen die vt. Risiken in der Schaden- und

Unfallversicherung deutlichen Schwankungen, die aus der hohen Volatilität des Gesamtschadenverlaufs resultieren. Beispielsweise können Schadenereignisse aus Großschäden (z.B. durch Feuer) oder aus Naturgefahren (z.B. Erdbeben) einen erheblichen Schadenaufwand verursachen. Aus diesem Grund sollten die Risiken, die sich aus den Schäden oder der Entwicklung der Kapitalmärkte ergeben, stochastisch modelliert werden. Damit ist geklärt, ob man stochastische Modelle bei einem Schaden- und Unfallversicherer sinnvoll einsetzen kann. Grundsätzlich wäre es zwar praktisch, könnte man ohne weiteres das Risikokapital eines Unternehmens bestimmen. Aber es zeigt sich schnell, dass sich zwar Größen wie Mittelwert und oftmals auch noch eine Varianz mittels einfacher Berechnung ermitteln lässt. Allerdings stößt diese Methode schon bei der Betrachtung einer einigermaßen realitätsnahen Rückversicherung an deutliche Grenzen, da eine Ergebnisverteilung nur unter sehr einschränkenden, unrealistischen Annahmen bestimmt werden kann[55]. Vor diesem Hintergrund sehen wir ein internes Modell als ein Simulationsmodell, welches folgende grundlegende Kriterien erfüllen soll:

- Vollständigkeit
- Transparenz und Nachvollziehbarkeit
- Zuverlässigkeit und Richtigkeit
- Konsistenz
- Mathematische Verfahren

Interne Modelle sollten zum Standardansatz konsistent sein, aber mit einem höheren Maß an Individualität die Berechnungen vornehmen. Die aus dem Standardansatz folgenden Annahmen, wie beispielsweise das Risikomaß oder der Zeithorizont, sind als Mindestanforderung an interne Modelle zu verstehen.

Für die Modellierung eines internen Modells sollen anerkannte mathematische Verfahren das zu ermittelnde individuelle Unternehmensrisiko adäquat abbilden. Das Modell soll ein ganzheitliches Modell sein, das die Risikokategorien auf

[55] Vgl. [13] Diers und Zwiesler (O.J.), S. 2 f.

Verteilungsebene unter Berücksichtigung von Korrelationen aggregiert. Dabei sind die Risikokategorien ökonomisch sinnvoll einzuteilen[56].

4.3 Aufbau eines internen Modells

Ein internes Modell besteht aus zahlreichen Komponenten, deren Zusammenspiel die eigentliche Funktionalität darstellt. In sogenannten Submodellen, ähnlich wie beim Standardansatz, werden die jeweiligen Risiken simuliert, ausgewertet oder unternehmensinterne Daten erfasst. Dabei hängen die Modellstruktur und die Modellierungstiefe wesentlich von den Fragestellungen ab, die mit dem Modell beantwortet werden sollen. Die Untermodelle sind miteinander verbunden und geben Informationen, Ergebnisse oder Daten an andere Untermodelle weiter. Im Rahmen einer adäquaten Risikoeinschätzung kann das in Abbildung 13 skizzierte interne Modell in die folgenden Untermodelle klassifiziert werden.

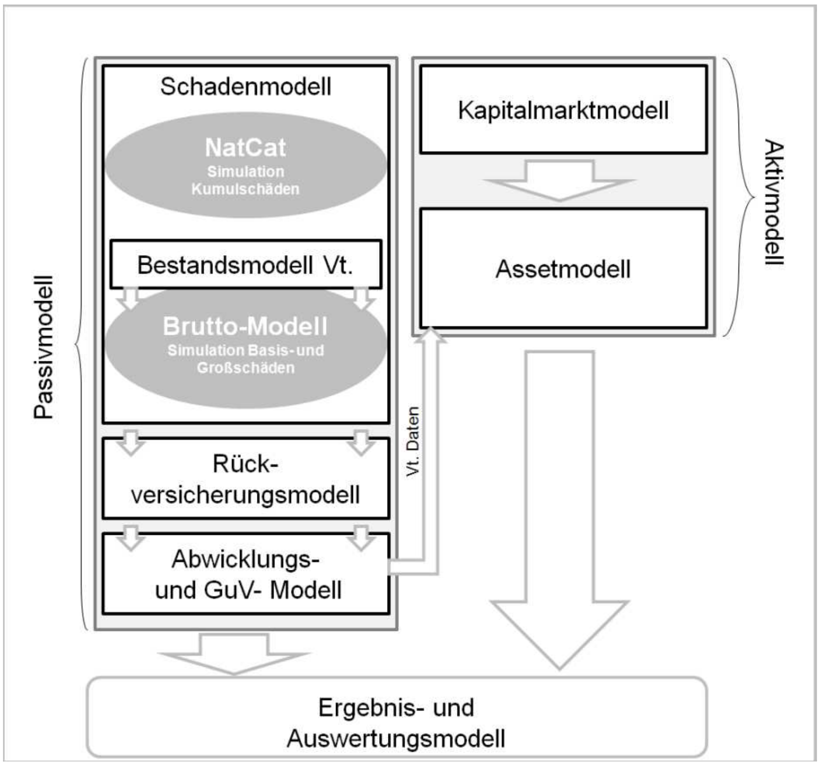


Abbildung 13: Modellstruktur des internen Modells der SV Gebäudeversicherung AG

56 Vgl. [6] GDV (2006), S. 6 ff.

4.3.1 Modellierung des Passivmodells

Die Modellierung der Passivseite ist bei einem Schaden- und Unfallversicherer wesentlich komplexer als bei einem Lebensversicherer, was auf die deutliche Schwankung der auftretenden Schadenereignisse zurückzuführen ist[57]. Auf Passivseiten werden mit Hilfe eines Bestandsmodells die Schadenmodellierung und damit die Simulation der Basis-[58], Groß-[59] und Kumulschäden[60] durchgeführt. Die Zuordnung des Schadens auf die jeweilige Schadenart wird hierbei vom VU individuell definiert. Allgemein aber kann man sagen, dass kleinere und damit die Mehrzahl der Schäden den Basisschäden zugeordnet werden. Groß- und Kumulschäden sind selten auftretende Gefahren mit einem hohen Schadenpotenzial. Hinzu kommt im Passivmodell die Modellierung des Rückversicherungsschutzes, sowie des Reserverisikos im Abwicklungsmodell.

4.3.1.1 Das Bestandsmodell

Um alle Bestandsgrößen wie Beiträge, Anzahl der Verträge, Versicherungssummen oder Kosten für die zu modellierenden Segmente zur Verfügung zu haben, werden in einem Bestandsmodell jene Daten erfasst. Im speziellen wird mit Planwerten gearbeitet, die sich auf das Jahr beziehen, für die das Risikokapital ermittelt werden soll. Anhand dieser Volumina werden im weiteren Verlauf des internen Modells die bestandsgrößenabhängigen Gefahren simuliert und damit die jeweiligen Risiken quantifiziert.

4.3.1.2 Das Schadenmodell

Im Schadenmodell findet die Bruttomodellierung der vt. Risiken statt. Es wird anhand der Schadenverläufe in Basis, Groß- und Kumulschäden unterschieden. Die

[57] Vgl. [12] DGVFM (2008), S. 46.
[58] Kleinschäden, die jedes Jahr durch eine relativ stabile Basisschadenlast gekennzeichnet sind. Vgl. [15] Diers (2007), S. 21.
[59] Schäden, die eine im VU fest definierte Großschadengrenze übersteigen.
[60] Schäden, die aufgrund eines Ereignisses verursacht werden, das eine Vielzahl von Versicherten (fast) gleichzeitig trifft. Vgl. [15] Diers (2007), S. 89.

Modellierung der Basis- und Großschäden erfolgt nach der Grundidee des Kollektiven Modells der Risikotheorie[61]. Danach werden nicht die konkreten Risiken oder Schäden betrachtet, sondern das gesamten Versicherungsportfolio. Die Segmente der Basisschäden werden im Allgemeinen über eine Gamma- oder Lognormalverteilung mit den jeweiligen individuellen Parametern modelliert. Diese Verteilungen stellten sich für die Basisschadenmodellierung als äußerst geeignet heraus. Da die Verteilungen der Schadenhöhe und –anzahl in der Regel unbekannt sind, wird die Gesamtschadenverteilung approximiert.

In der Großschadenmodellierung werden Großschäden auf Ebenen von Einzelschadensätzen simuliert. Es werden die Schadenanzahlen und die Schadenhöhen separat modelliert und pro Sparte bestimmte Verteilungen herangezogen. In diesem Fall sind die die Verteilungen für die Schadenhöhe und –anzahl bekannt und die Gesamtschadenverteilung lässt sich mittels Simulation ermitteln (z.B. Monte-Carlo-Simulation). Häufig benutzte Schadenhöhenverteilungen sind unter anderem die Burr-, Lognormal- oder Verallgemeinerte Paretoverteilung. Für die Schadenanzahl werden die Poisson- oder Negative Binomialverteilung herangezogen. Damit ist das vt. Risiko, resultierend aus Groß- und Basisschäden im Bruttomodell abgebildet.

In der Kumulschadenmodellierung sind die Kumulschäden – die in der Praxis auch als Katastrophenschäden oder Ereignisschäden bezeichnet werden – als ein Ereignis, das eine Vielzahl von Versicherten gleichzeitig trifft, definiert. Im Kumulmodell werden die Kumulschäden für die folgenden Gefahren ereignisbasiert simuliert:

- Sturmereignisse,
- Hagelereignisse,
- Überschwemmungen und
- Erdbeben.

Als Datengrundlage dienen die eigene Schadenhistorie oder von externen Anbietern stammende Schadendaten in Form von Event-Loss-Tables.

---

[61] Siehe Anhang 3: Das allgemeine Modell der Risikotheorie S. XV.

Bei der Modellierung der Kumulschäden ist prinzipiell eine andere Vorgehensweise als bei den Basis- und Großschadenmodellierungen angebracht. In der Zukunft können weit aus größerer Elementarereignisse auftreten, als es in der Vergangenheit beobachtet wurde. Diese Ereignisse treffen gleichzeitig viele verschiedene Sparten und Abhängigkeiten zwischen den Sparten sind sehr schwierig zu bestimmen. Aus diesem Grund werden Kumulschäden nicht als separate Schäden, sondern als konkrete Ereignisse modelliert[62]. Die Modellierung von Naturkatastrophen in internen Modellen, speziell die aktuariellen Methoden wird im Absatz 4.4.1 näher untersucht.

4.3.1.3 Das Rückversicherungsmodell

Die bestehende Rückversicherung des VU sollte auf Einzelvertragsebene im internen Modell abgebildet werden, damit die Rückversicherungsstruktur auch auf Einzelvertragsebene optimiert werden kann. Das Rückversicherungsmodell greift auf die Bruttomodellierung des Schadenmodells zurück und zeigt die Auswirkung der Rückversicherung auf das gesamte vt. Portfolio. Die Herausforderung liegt hierbei in der Modellierung der nicht-proportionalen Rückversicherung (z.B. Jahresüberschadenexzedenten Rückversicherung), da Erst- und Rückversicherer ein unterschiedlich hohes Risiko tragen.

Im internen Modell werden auch spezielle Risiken im Zusammenhang mit der Rückversicherung erfasst. Beispielsweise wird das Ausfallrisiko und Konzentrationsrisiko von Rückversicherungen genauer untersucht, wenn diese einen bedeutenden Einfluss auf die Risikoposition des Unternehmens haben[63].

Die Rückversicherungsstrategie der SV SparkassenVersicherung für Elementarereignisse ist hierbei von besonderem Interesse und wird im Folgenden kurz vorgestellt. Auch mit dem Hintergrund, dass der GDV-Standardansatz die Rückversicherungsstruktur der SV SparkassenVersicherung unzureichend abbildet und daher im Partialmodell eine adäquate Risikominderung mit Hilfe der Rückversicherung eingehen soll, wird näher darauf eingegangen.

[62] Vgl. [12] DGVFM (2008), S. 50 ff.
[63] Vgl. [12] DGVFM (2008), S. 69 ff.

Die Rückversicherungsstrategie der SV SparkassenVersicherung orientiert sich am zweihundertjährigen Ereignis. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Schadengrenze innerhalb eines Jahres überschritten wird, liegt also bei 0,5 Prozent. Die möglichen Absicherungsstrategien, wie sich das VU bestmöglich schützen kann bilden ein breites Spektrum. Als geeignete Rückversicherung für die SV stellte sich eine Kombination aus Quoten und Jahresüberschadenexzedenten Rückversicherung heraus, kurz Quote bzw. Stop-Loss. Bei der Quote findet eine prozentuale Abgabe von Beiträgen und Schäden an den Rückversicherer statt. Die Quote gehört zur Familie der Proportionalen Rückversicherung. Sie wird zur Dämpfung der Ergebnisschwankungen und zur Verminderung der Abhängigkeit vom Nicht-Proportionalen Rückversicherungsmarkt genutzt. Der Stopp-Loss dient zur Absicherung des Jahresgesamtschadens nach Überschreiten eines Selbstbehaltes des VU und ist eine Art der Nicht-Proportionalen Rückversicherung.

Ein weiterer wichtiger Punkt, ist das Gruppieren der Elementargefahren. Die SV SparkassenVersicherung hat zwei Gefahrenbereiche definiert. Sturm und Hagel, sowie Erdbeben und Überschwemmung werden jeweils gemeinsam rückversichert. Hinzu kommt die Aufteilung der Rückversicherungssumme auf verschiedene Rückversicherungsunternehmen und diese wiederum auf verschieden Haftungsabschnitte, sogenannte Layer. Zusammengefasst haftet die SV bis zu einer bestimmten Selbstbehaltsgrenze. Je nach Quote, aber nur zu einem bestimmten Prozentanteil. Den darüber hinausgehenden Schaden übernimmt die Rückversicherung bis zur Höhe eines gesetzten Übernahmemaximums (Haftstrecke). Für alle Schäden die über die Haftstrecke hinausgehen, haftet die SV SparkassenVersicherung zu 100 Prozent. Dies alles wird in einem internen Modell modelliert und trägt durch die enormen Versicherungssummen im Elementargefahrenbereich erheblich zur wertorientierten Steuerung, Rückversicherungsoptimierung und Risikocontrolling bei.

4.3.1.4 Das Abwicklungs- und GuV-Modell

Das Abwicklungsmodell modelliert das Reserverisiko. Für die stochastische Berechnung der Rückstellungen werden verschiedene Anwendungen genutzt. Welche Methode genutzt wird, hängt auch von den zugrunde liegenden Schadendreiecken ab. Da nicht immer auf vollständige und ausreichende Daten zurückgegriffen werden kann[64]. Anhand in der Vergangenheit festgestellte Zahlungs- und Aufwandsmuster wird eine Abwicklung der Jahresschäden durchgeführt und ein vt. Cashflow für das Aktivmodell generiert. Neben der Abwicklung erfolgt in diesem Modell zudem die Aufstellung der vt. GuV unter Einbeziehung der sich aus den simulierten Schadenfällen ergebenden Schwankungsrückstellung und es findet der Übergang von der ökonomischen Sicht zur Bilanzsicht (HGB) statt.

4.3.2 Modellierung des Aktivmodells

Das Aktivmodell umfasst in der Regel zwei Untermodelle. Mit dem Kapitalmarktmodell werden alle notwendigen Marktdaten bereitgestellt und das Assetmodell bildet das unternehmenseigene Anlangeportfolio ab. Die Stochastik liegt hier im Kapitalmarktmodell. Das Assetmodell entwickelt den vorhandenen Bestand und investiert dabei entsprechend vorgegebener Investmentstrategien.

4.3.2.1 Das Kapitalmarktmodell

Die Kapitalmarktentwicklungen werden mit Hilfe stochastischer Szenarien modelliert. Nur so kann die hohe Volatilität der Kapitalanlagerisiken angemessen abgebildet werden. Kapitalmarktszenarien basieren grundsätzlich auf Zinsstrukturkurven sowie mehreren Indexkurven, mit denen Indizes für die Assetklassen und deren Abhängigkeitsstrukturen für verschiedene Risikogrößen simuliert werden können. Alle wesentlichen Finanzrisiken wie Kredit-, Liquiditäts- und Marktrisiken werden hier berücksichtigt.

Im Kapitalmarktmodell werden Aktien- und Immobilienkurse, Zinskurven, Anlageklassen in Fremdwährungen, Credit Spreads und Inflationsraten modelliert. Es werden zufällige Kapitalmarktszenarien simuliert wobei innerhalb eines jeden Szenarios die Korrelationen zwischen den Variablen (z.B. Aktienkurse und Zinsen) berücksichtigt werden.

[64] Vgl. [13] Diers und Zwiesler (O.J.), S. 9 ff.

4.3.2.2 Das Assetmodell

Auf Grundlage der vt. Cashflows aus dem Passivmodell und unter der Vorgabe geeigneter Korrelationen der vt. Risiken zu den Kapitalmarktszenarien, simuliert das Assetmodell die erzeugten Szenarien aus dem Kapitalmarktmodell auf einzelne Asset-Gruppen und Asset-Kategorien (Immobilien, Aktien, etc.). Alle für das VU wesentlichen Finanzrisiken werden abgebildet und in aggregierter Form dargestellt. Das Modell besitzt die Grundfunktionalität, den Kapitalanlagebestand zu erfassen und unter Verwendung vorher festgelegter Managementregeln in die Zukunft zu projizieren.

4.3.3 Das Ergebnis- und Auswertungsmodell

Die grundlegenden Ergebnisse interner Modelle sind die Ergebnisverteilungen, anhand deren Perzentile für die modellierten Segmente der Versicherungstechnik, die modellierten Assetklassen und das Gesamtunternehmen bestimmt werden können. Das Gesamtrisikokapital kann unter Berücksichtigung von Diversifikationseffekten zwischen Aktiv- und Passivseite in die einzelnen Komponenten zerlegt werden. Diese Quantifizierung erfolgt unter frei wählbarer Verwendung der Risikomaße bei frei definierbaren Perzentilen. So sind Ergebnisverbesserung oder spezielle risikosenkende Maßnahmen schnell und effizient identifiziert.
Darüber hinaus findet in diesem Modul die Aufstellung der wesentlichen Posten der Gesamt- GuV und der HGB-Bilanz mit Abbildung des Jahresüberschusses statt.

4.4 Schadenkalibrierung des internen Risikomodells

In internen Modellen kommt gerade der Modellierung der Kumulschadenereignisse eine große Bedeutung zu. Auf sie entfällt ein erheblicher Teil des geforderten Risikokapitals. So auch bei der SV Gebäudeversicherung AG. Aus diesem Grund werden die Naturkatastrophen mit Hilfe interner historischer Daten analysiert und für das interne Modell ausgewertet. Ziel dieser Analyse ist die Anpassung geeigneter parametrischer Wahrscheinlichkeitsverteilungen an Ereignisschadenhöhen und –anzahlen. Wie oben beschrieben, werden dabei die Gefahren Sturm, Hagel, Hochwasser und Erdbeben betrachtet.

4.4.1 Modellierung der Naturkatastrophen

Während die Gefahren Sturm, Hagel und Hochwasser auf Basis der eigenen Datenhistorie analysiert werden können, benötigt man für das Kumulrisiko Erdbeben aus Mangel an eigenen Daten eine sogenannte Event-Loss-Table. In einer Event-Loss-Table befinden sich die Ergebnisse beruhend auf ein geophysikalisches-meteorologisches Modell. Solch ein Modell ist eine Nachbildung von verursachenden physikalischen Kräften und deren versicherungstechnischen Auswirkungen und wird von verschiedenen Anbietern zur Verfügung gestellt. Da die SV Gebäudeversicherung AG nur auf eine unzureichende unternehmensinterne Schadenerfahrung für die statistische Ermittlung des Erdbebenrisikos zurückgreifen kann, wird für die Berechnung des Erdbebenrisikos die Event-Loss-Table von QuakeRisk (QR) verwendet.
Vor einer Analyse der Elementargefahren Sturm, Hagel und Hochwasser werden alle historischen Elementarschäden erfasst und zu Kumulereignissen geeignet zusammengefasst. Ein Kumulereignis ist dann gegeben, wenn der kumulierte Aufwand aller innerhalb einer gewissen Zeitspanne aufgetretenen, örtlich begrenzten und aus der entsprechenden Gefahr resultierenden Einzelschäden nach Indizierung, die für das Bewertungsjahr festgelegte Kumulschadengrenze überschreitet[65].
Die SV SparkassenVersicherung kann bei der Analyse auf eine Datenbasis von über 30 Jahren zurückgreifen. Als Volumenmaß für die Bestandsentwicklung und die Wertsteigerung der versicherten Objekte wurden die Gesamtversicherungssumme Elementar über alle Gefahren auf Jahresbasis verwendet. Da das Vorgehen für jede Naturgefahr immer gleich ist, werden in den folgenden zwei Abschnitten die aktuariellen Methoden zur Ermittlung der Ereignisschadenanzahl und Ereignisschadenhöhe generell näher beschrieben.

4.4.1.1 Modellierung der Ereignisschadenanzahl

Mit Hilfe der (historischen) internen Daten können geeignete Schadenhäufigkeitsverteilungen bestimmt werden. Für die Anpassung kann aus folgenden diskreten Verteilungen gewählt werden:

[65] Siehe auch Anhang 2: Fiktives Beispiel für Kumulereignisse.

- Poisson Verteilung,
- Binomialverteilung,
- Negative Binomialverteilung,

Für eine bestmöglich geeignete Schadenhäufigkeitsverteilung werden auf Basis der jährlichen Schadenanzahlen die zugehörigen Verteilungsparameter mittels Parameterschätzungen abgeleitet. Die Schadenanzahlen werden davor einer Trendanalyse unterzogen, da durch die Elementarschadenentwicklung Gefahren von vor 30 Jahren höher zu gewichten sind, als jene Schäden aus kürzerer Historie. Drei Schritte sind für die Ermittlung der Schadenhäufigkeitsverteilung durchzuführen.

1. Trendanalyse und Bestimmung der trendbereinigten Schadenanzahlen

Um den Trend der Entwicklung in Erfahrung zu bringen, reicht es, wenn man einzig die Steigung der Regressionsgeraden bestimmt, die sich aus den empirischen Werten ergibt. Mit den Schadenanzahlen $y_i \in \{y_1, \dots, y_n\}$ und den Anfalljahren $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$ ergibt sich die Steigung der Regressionsgeraden:

$$b_{xy} = \sum_{i=1}^{n} \big((x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})\big) \Big/ \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2,$$

mit

$\bar{y}$:= $(\sum_{i=1}^{n} y_i)/n$;

$\bar{x}$:= $(\sum_{i=1}^{n} x_i)/n$.

Der Trend b_{xy} wird nun verwendet, um die trendbereinigten Schadenanzahlen $\hat{y}_i$ zu ermitteln:

$$\hat{y}_i = b_{xy}(x_n - x_i) + y_i$$

mit

x_i := i-tes Schadenjahr, $i \in \{1, \dots, n\}$;

y_i := Schadenanzahl des i-ten Jahres, $i \in \{1, \dots, n\}$.

2. Verteilungsanpassung mittels Parameterschätzung

Auf Basis der trendbereinigten Schadenzahlen werden mit Parameterschätzungen die Parameter für die infrage kommende Verteilung bestimmt.
Genügt die Zufallsvariable der Schadenanzahl X einer Poissonverteilung wird auf Basis der trendbereinigten Schadenzahlen der Parameter λ der Poissonverteilung $\mathrm{P(k)}$ vorgegeben:

$$\lambda = \mathrm{E(N)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i}{n}$$

mit

$\hat{y}_i$:= trendbereinigte Schadenanzahl des i-ten Jahres, $i \in \{1, \ldots, n\}$.

Die Zähldichte der Poissonverteilung mit dem Parameter λ ist wie folgt definiert:

$$\mathrm{P(k)} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \qquad k \in \mathbb{N}_0.$$

Für den Erwartungswert $\mathrm{E(X)}$ und die Varianz $\mathrm{VAR(X)}$ einer poissonverteilten Zufallsvariable X, welche die Schadenanzahl widerspiegelt gilt dann:

$$\mathrm{E(X)} = \mathrm{VAR(X)} = \lambda. \tag{4.1}$$

Damit ergibt sich der gesuchte Parameter für unsere Verteilung einfach aus dem Erwartungswert der internen Datenhistorie.
Bei Anwendung der Binomialverteilung $\mathrm{B(n, p)}$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ und $p \in \mathbb{R}, 0 < p \leq 1$ entspricht der Erwartungswert $\mathrm{E(X)}$, nicht wie bei der Poissonverteilung einem einzigem Parameter. Für die Binomialverteilung werden zwei Parameter benötigt. Die Zähldichte der Binomialverteilung ist folgendermaßen definiert:

$$P(k) = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},$$

mit dem Erwartungswert $E(X) = np$ und der Varianz $VAR(X) = np(1-p)$. Auf Basis der trendbereinigten Schadenanzahlen lassen sich der Erwartungswert und die Standardabweichung der Datenhistorie ermitteln und es können so die Parameter n und p berechnet werden (nach [15] Diers (2007); S. 87.):

$$n = \frac{E(X)}{1 - \frac{VAR(X)}{E(X)}}$$

und

$$p = 1 - \frac{VAR(X)}{E(X)}. \tag{4.2}$$

Die Negative Binomialverteilung $NegB(n, q)$ mit $n \in \mathbb{R}^+$ und $q \in \mathbb{R}, 0 < p < 1$ ist wie die Binomialverteilung zweiparametrig und die Zähldichte folgendermaßen definiert:

$$P(k) = \binom{n+k-1}{k} q^r (1-q)^k.$$

Auf Basis der trendbereinigten Schadenanzahl ermittelt man, wie bei der Binomialverteilung den Erwartungswert $E(X)$ und die Standardabweichung $\sqrt{VAR(X)}$. Nun können die Parameter n und q folgendermaßen berechnet werden:

$$n = \frac{[E(X)]^2}{VAR(X) - E(X)}$$

und

$$q = 1 - \frac{E(X)}{VAR(X)}. \tag{4.3}$$

3. Auswahl der Verteilung

Mit Hilfe welcher Verteilung die Schadenanzahlen letztendlich simuliert werden, ergibt sich aus den Bedingungen der jeweiligen Verteilung. Während bei der Poissonverteilung die Gleichheit von Erwartungswert und Varianz gilt (siehe Formel (4.1)), wird bei der Verwendung der Binomialverteilung eine sogenannte Unterdispersion vorausgesetzt. Das bedeutet, dass der Erwartungswert stets größer ist als die Varianz. Wegen der Parameterbedingung $0 < \mathrm{p} \leq 1$ muss in der Formel (4.2) $\mathrm{E(X)} > \mathrm{VAR(X)}$ vorausgesetzt werden. Die Binomial-Verteilung ist als Schadenanzahlverteilung auch eher unbrauchbar. Einzig für kleine homogene Bestände kann sie genutzt werden, da die Varianz klein ausfällt und die Anzahl möglicher Schäden begrenzt ist. Bei der negativen Binomial-Verteilung wird dagegen eine Überdispersion vorausgesetzt. Nach Formel (4.3) muss $\mathrm{E(X)} < \mathrm{VAR(X)}$ sein, um die Parameterbedingung $0 < \mathrm{q} < 1$ für die negative Binomialverteilung erfüllen zu können.
Die günstigste Schadenanzahlverteilung kann somit auch vor der Parameterermittlung (Schritt 2) ausgewählt werden[66].

4.4.1.2 Modellierung der Ereignisschadenhöhe

Für die Bestimmung der zukünftigen Ereignisschadenhöhen steht die Ermittlung einer geeigneten Schadenhöhenverteilung im Vordergrund. Mittels historischer unternehmensinterner Daten werden bestands- und inflationsbereinigte Schadenaufwände aus den vergangenen Jahren ermittelt. Diese Schadenaufwände liegen für jedes vergangene Jahr vor und repräsentieren die konkrete Stichprobe, auf deren Basis die Schadenhöhenverteilung bestimmt wird.
Für die Anpassung der Ereignisschadenhöhe kann aus einer Vielzahl stetiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen aus unterschiedlichen „Gefährlichkeitsklassen“

[66]Vgl. [15] Diers (2007), S. 77 ff.

gewählt werden. Die nachfolgenden Schadenhöhenverteilungen sind für die Modellierung der Ereignisschadenhöhe von Naturgefahren weit verbreitet:

- Logarithmische Normal-Verteilung
- Gamma-Verteilung
- Logarithmische Gamma-Verteilung
- Burr-Verteilung
- LogLogistische-Verteilung
- ParaLogistische-Verteilung
- Frechet-Verteilung
- Weibull-Verteilung

Welche Verteilung dabei die konkrete Stichprobe adäquat abbildet und am besten in die Zukunft projiziert, muss individuell ermittelt werden. Die Methodik für diese Ermittlung ist dabei in der Regel die Gleiche. Mit Hilfe von Parameterschätzverfahren werden die unbekannten Parameter auf Basis einer konkreten Stichprobe geschätzt und im Anschluss überprüft, welche Verteilung das Risiko „am Besten" abbildet. Diese zwei Schritte sind im Folgenden anhand der gebräuchlichsten Methoden näher beschrieben.

1. Schätzung der Verteilungsparameter mittels Maximum Likelihood-Methode

Sei X eine Zufallsvariable die durch die Stichprobenkonfiguration $x_1, \dots, x_n$ charakterisiert ist. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X wird durch einen unbekannten Parametervektor θ beschrieben. Die Dichtefunktion $f(X; \theta)$ gibt für jede Ausprägung die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens für ein gegebenes θ an:

$$f(X; \theta) = P(X = x_i; \theta)$$

Zur Berechnung der Parameter werden zunächst die Schäden einer möglichst langen Historie ausgewertet und liegen in Form der Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ mit n unabhängigen Beobachtungen vor. Die gemeinsame Dichtefunktion $f(X;\theta)$ wird nun mit den entsprechenden individuellen Dichtefunktionen multipliziert und gibt die Wahrscheinlichkeit der Realisation dieser Stichprobe für gegebene Parameter θ an:

$$f(X;\theta) = f(X = x_1;\theta) \cdots f(X = x_n;\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(X = x_i;\theta)$$

Bei der Likelihood Funktion ist eine konkrete Stichprobe gegeben und der unbekannte Parameter(vektor) θ, der die Realisation am Wahrscheinlichsten macht, wird geschätzt. Die Likelihood Funktion ist wie folgt definiert:

$$L(\theta) = f(x_1;\theta) \cdots f(x_n;\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)$$

Der Parameter θ, für den die Realisation der konkreten Stichprobe am Wahrscheinlichsten ist, wird nun mit Hilfe einer Maximierungsaufgabe ermittelt. Ein Maximum-Likelihood-Schätzer $\tilde{\theta}(x_1, \ldots, x_n)$ ist der Wert des Parameters θ, für den $L(\theta)$ maximal wird. Er wird definiert durch die Bedingungen 1. und 2. Ordnung für ein Maximum:

$$\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

und

$$\frac{\partial^2 L(\theta)}{\partial \theta^2} < 0$$

Die Maximum-Likelihood-Schätzer werden also als Schätzer für den unbekannten Parameter θ herangezogen, für den die Wahrscheinlichkeit der Realisation einer konkreten Stichprobe maximal ist.

Oft wird für die Schätzung die Likelihood Funktion logarithmiert, da sich dadurch die Berechnung für den Maximum-Likelihood-Schätzer vereinfacht und aufgrund dieser monotonen Transformation die Maxima gleich bleiben:

$$\ln L(\theta) = \ln[f(x_1; \theta)] \cdots \ln[f(x_n; \theta)] = \sum_{i=1}^{n} \ln[f(x_i; \theta)]$$

mit

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

und

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta^2} < 0$$

Durch die Schätzung der Parameter θ kann nun der konkreten Stichprobe eine hypothetische Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_0(X; \theta)$ zugeordnet werden. In einem nächsten Schritt muss noch geprüft werden, wie „gut" diese hypothetische Wahrscheinlichkeitsverteilung die konkrete Stichprobe – also die historischen Schadenaufwendungen der jeweiligen Naturgefahren – abbildet.

2. Auswahl der „besten" Verteilung anhand statistischer Tests und grafischer Diagnosewerkzeuge

Als wesentliche quantitative Testverfahren werden in der Regel der χ^2-Test, der Kolmogorov-Smirnov- oder der Anderson-Darling-Test (AD) verwendet. Da für den χ^2-Test eine sehr große Datenhistorie (Stichprobenumfang $n > 50$) vorliegen muss, werden der KS-Test und der AD-Test als Testverfahren bevorzugt. Für die Güte einer Verteilungsanpassung gibt es neben den quantitativen auch eine Reihe von qualitativen Methoden, die in der Praxis Anwendung finden. Unter den gebräuchlichsten Methoden sind der Mean-Excess-Plot, der Hill-Plot, der Probability-Probability-Plot und der Quantil-Quantil-Plot (QQ-Plot) zu nennen. Im Folgenden werden der KS-Test und der AD-Test für die quantitativen Testverfahren und der QQ-Plot als qualitatives Testverfahren näher vorgestellt.

Für den **Kolmogorov-Smirnov-Test** (KS) wird eine zweiseitige Hypothese über die unbekannte Verteilung einschließlich der Verteilungsparameter aufgestellt:

$$H_0 : F_X = F_0(X; \theta)$$

und

$$H_1 : F_X \neq F_0(X; \theta)$$

Die Nullhypothese H_0 stellt die Hypothese auf, dass die konkrete Stichprobe $x_1, \dots, x_n$ der Verteilung $F_0(X; \theta)$ mit dem Parameter θ genügt. Ziel des KS-Testes ist es, die Nullhypothese zu einem bestimmten Signifikanzniveau entweder abzulehnen oder nicht abzulehnen.

Nach dem Ordnen der konkreten Stichprobe nach ihrer Größe

$$x_1 \leq \dots \leq x_n$$

wird die empirische Verteilungsfunktion bestimmt:

$$F_n(x) = \frac{\text{Anzahl der } x_i \text{ die } \leq x \text{ sind}}{n}, \qquad i \in \{1, \dots, n\}.$$

Mit Hilfe der empirischen Verteilungsfunktion wird die maximale absolute Differenz zwischen den jeweiligen Werten der empirischen und der hypothetischen Verteilungsfunktion ermittelt:

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F_0(x)|$$

bzw.

$$d = \max_{x \in \{x_1, \dots, x_n\}} |F_n(x) - F_0(x)| = \max_i \{d_l(x_i); d_r(x_i)\}$$

mit

$$d_l(x_i) = |F_n(x_i - 0) - F_0(x_i)|$$

$$d_r(x_i) = |F_n(x_i) - F_0(x_i)|$$

Wie in Abbildung 14 veranschaulicht dargestellt ist $d_l(x_i)$ und $d_r(x_i)$ der linksseitige bzw. rechtsseitige Grenzwert.

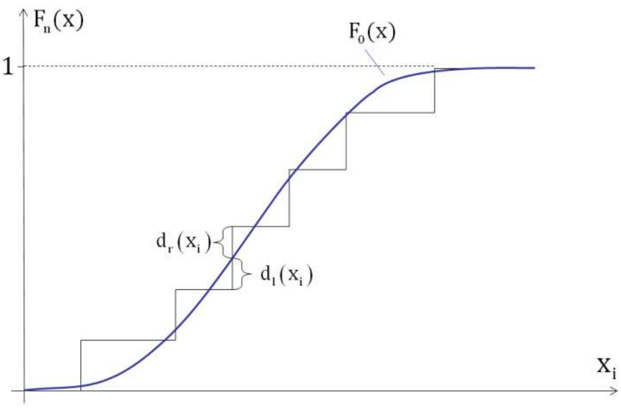


Abbildung 14: KS-Test

Mit der absolut größten Differenz d, die aus allen Differenzen ermittelt wurde, wird nun entschieden, ob die Nullhypothese abgelehnt werden kann. Falls $d > C_{d(n),1-\alpha}$ ist, wird die Nullhypothese zu einem bestimmten Signifikanzniveau α abgelehnt[67] und die geschätzte Verteilungsfunktion bildet die konkrete Stichprobe nicht adäquat ab. $C_{d(n),1-\alpha}$ ist dabei eine Grenze, die sich aus den Quantilen der Kolmogorov-Verteilung[68] ergibt.

Der **Anderson-Darling-Test** ist eine Abänderung des KS-Tests. Die Abweichungen der empirischen Verteilungsfunktion von der hypothetischen Verteilungsfunktion werden in den Randbereichen der Verteilung höher gewichtet als im Mittelbereich der Verteilung. Die Nullhypothese H_0 wird abgelehnt, wenn der p-Wert des Tests zu klein ist. Im Allgemeinen wird die Verteilungsannahme bei $p < 0{,}05$ abgelehnt.

Die Teststatistik des Anderson-Darling-Tests ist gegeben durch[69]:

$$T_{AD} = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)(\ln F_n(x_i) + \ln(1 - F_n(x_{n-i+1}))$$

---

[67] In der Regel wird $\alpha = 5\%$ gewählt, kann aber beliebig groß sein.

[68] Quantile der Kolmogrov-Verteilung: $\frac{C_{k,1-\alpha}}{\sqrt{n}}$

[69] Vgl. [14] Bredner (2010), S. 9.

Die p-Werte für den AD-Test werden je nach Wert mit der Hilfsgröße z wie folgt approximiert:

$$z = T_{AD}\left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2}\right)$$

z	p-Wert (approximativ)
$z \leq 0,2$	$1 - \exp(-13,436 + 101,14z - 223,73z^2)$
$0,2 < z \leq 0,34$	$1 - \exp(-8,318 + 42,769z - 59,938z^2)$
$0,34 < z \leq 0,6$	$\exp(0,9177 + 4,279z - 1,38z^2)$
$0,6 < z$	$\exp(1,2937 + 5,709z - 0,0186z^2)$

Tabelle 5: approximative ermittlung des p-Werts[70]

Wie bereits oben erwähnt, existieren neben den quantitativen Testmethoden auch qualitative Methoden. Eine beliebte grafische Methode ist der **Quantil-Quantil-Plot**. Der QQ-Plot ist nützlich, um die beste Verteilung in einer Familie von Verteilungen zu finden bzw. wie in unserem Fall zu bestimmen, ob eine gegebene Verteilung eine geeignete Anpassung an eine Datenmenge darstellt. Dazu werden die Quantile der empirischen und der theoretischen Verteilung auf den jeweiligen Achsen abgetragen. Mit Hilfe einer linearen Anpassungskurve (Regressionsgerade) kann man schnell erkennen, wie stark sich die Quantile ähneln (siehe Abbildung 15). Ein QQ-Plot ersetzt keinesfalls einen Verteilungstest, ist aber eine gute und schnelle Möglichkeit die theoretischen Verteilungen auszuwählen.

[70] Quelle: [14] Bredner (2010), S. 9.

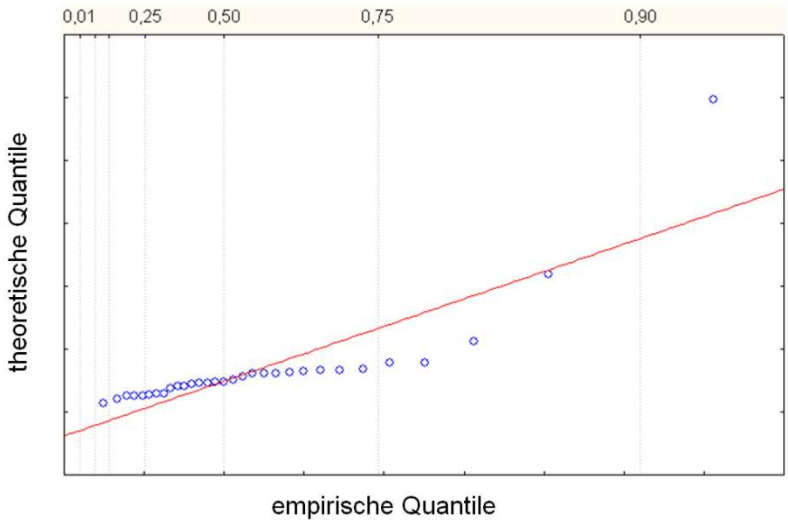


Abbildung 15: QQ-Plot zum Test einer konkreten Stichprobe zur Lognormal-Verteilung

Nachdem die Ereignisschadenanzahl- und Ereignisschadenhöhenverteilung modelliert wurde, kann mit Hilfe von Simulationstools der durch die einzelnen Ereignisschäden verursachte Jahresschaden simuliert werden. Dabei werden die Ereignisanzahl- und Ereignishöhenverteilung kombiniert. Pro Simulation wird eine Anzahl von Ereignissen simuliert und pro Ereignis eine Schadenhöhe.

4.5 Würdigung

Mit Umsetzung von Solvency II wird es in den beteiligten europäischen Staaten erstmalig möglich sein, anstelle des Standardansatzes ein internes Modell zur regulatorischen Solvenzkapitalberechnung zu verwenden[71].

Das Versicherungsunternehmen kann bei dem Aufbau eines internen Modells eine individuelle Methodik für jede Art von Risiko anwenden. Im Gegensatz zum Standardansatz, bei der bestimmte Stressszenarien verwendet werden, muss der Versicherer eigene Kalibrierungen anwenden und diese laufend prüfen und rechtfertigen. Risiken werden in homogenen Risikogruppen gemeinsam modelliert, woraus risikospezifische Korrelationsannahmen gemacht werden. Das interne Modell liefert eine vollständige Ereignisverteilung, welche die Betrachtung der

[71] Vgl. [12] DGVFM (2008), S. 155.

Kapitalanforderungen für jedes Konfidenzniveau ermöglicht und nicht entsprechend dem Standardansatz, nur ein Punkt in der Verteilung (Kapitalanforderungen für das Konfidenzniveau von 99,5) erfasst wird.

Der Ansatz der Modellierung auf Basis historischer Daten wird häufig dahingehend kritisiert, dass die historische Schadenentwicklung keine ausreichende Grundlage für die Schätzung der seltenen Wiederkehrperioden sei. Dennoch ist die individuelle Verteilungsanpassung eine sehr gute Variante, um mit Hilfe historischer Daten in die Zukunft zu schauen.

Das interne Modell ist modular aufgebaut, aber im Gegensatz zum Standardansatz greifen die verschiedenen Module ineinander und sind voneinander sehr stark abhängig. Dennoch muss nicht für jede Fragestellung das gesamte Modell berechnet werden, es können nur Teilmodelle ausgewertet oder Ergebnisse von Teilmodellen eingelesen werden.

Die SV Gebäudeversicherung AG nutzt bereits für die Risikokapitalallokation ein internes stochastisches Risikomodell und orientiert sich auch bei Investitionsentscheidungen an diesem. Dessen ungeachtet muss die SV Gebäudeversicherung AG zur Berechnung der Risikotragfähigkeit den Standardansatz verwenden[72], dessen Ergebnis (die Bedeckungsquote) ausschlaggebend für die Beurteilung seitens der BaFin ist. Lediglich mit einem zertifizierten internen Modell ließe sich die Risikokapitalanforderung ohne eine explizite Berechnung des Standardansatzes absolvieren. Der Prozess der Zertifizierung wird von der BaFin vollzogen und ist für das VU enorm aufwendig. Vor allem da durch den Gesetzgeber keine klaren Paragraphen existieren, die die genauen Anforderungen an ein internes Modell erläutern, basiert der Prozess auf stark subjektive Einschätzungen von Seiten der BaFin. Die Annahmen der Modellierungen und aktuariellen Berechnungen aus dem internen Modell müssen genauestens dokumentiert sein. Dies setzt ein großes Erfahrungsspektrum mit dem Modell voraus, was die SV Gebäudeversicherung AG noch nicht in genügend großem Umfang gesammelt hat. Sollte es doch zu einer Zertifizierung kommen, müssen selbst kleine Änderungen an jenem Modell beantragt

[72] Da das interne Modell der SV Gebäudeversicherung AG noch keiner Zertifizierung Seitens der BaFin unterlag.

werden und von der BaFin neu geprüft werden. Dieses langwierige Prozedere ist der Grund, dass viele Unternehmen und eben auch die SV Gebäudeversicherung AG vor einer Zertifizierung noch Abstand nehmen.

5 Konzeption eines Partialmodells

Bei der Entscheidung über die Einführung eines zertifizierten internen Modells schrecken häufig die Nachteile von hohen Implementierungskosten, höheren laufenden Kosten und zusätzlichen Komplexitäten in der Unternehmenssteuerung sowie das oben beschrieben Zertifizierungsprozedere die VU ab. Zusätzlich existiert noch das Risiko, dass die Zertifizierung nicht bis 2013 im gewünschten Umfang zu erreichen ist. Gerade für mittelgroße VU passt daher ein partiales internes stochastisches Risikomodel für den unternehmensindividuellen Steuerungsansatz. Solch ein Modell wird im Folgenden nur noch als Partialmodell bezeichnet.

5.1 Definition

Ein Partialmodell kombiniert die Besonderheiten aus den verschiedenen Modellansätzen des Standardansatzes und des internen stochastischen Risikomodells. Dabei werden auf Grundlage des Standardansatzes verschiedene Risikokategorien betrachten. Anhand des unternehmensindividuellen Risikoportfolios lässt sich prognostizieren, welche Risikokategorien mit einer internen stochastischen Berechnung sinnvoll besser abgebildet werden als mit Hilfe des Standardansatzes. Diese Risikokategorien werden dabei nach den besonderen Merkmalen des VU konzipiert und die Kapitalanforderung unter Einsatz einer internen stochastischen Modellierung ermittelt. Somit berechnet das Partialmodell, wie der Standardansatz das geforderte Risikokapital mit dem Ziel einer Bedeckungsquote. Unter Zuhilfenahme interner stochastischer Berechnungen werden aber unternehmensspezifische Risiken besser modelliert und bilden somit die Risikolage des VU besser ab. Durch das konservative Vorgehen des Standardansatzes ist gleichzeitig davon auszugehen, dass das Partialmodell aufgrund einer geringeren Solvenzkapitalanforderung eine höhere Bedeckungsquote aufweist.

5.2 Kritischer Vergleich der Kapitalanforderungen (SCR) zur Entwicklung eines Partialmodells

Im bisherigen Verlauf dieser Arbeit wurden die zwei Modelle (GDV-Standardansatz und internes stochastisches Risikomodell) zur Ermittlung der Risikokapitalanforderung näher vorgestellt und auf ihre Güte hin untersucht. Nun stellt sich die Frage, wie man die Vorteile beider Modelle möglichst optimal nutzen kann, um mit den Vorzügen beider ein unternehmensindividuelles Partialmodell aufzustellen. Für die SV Gebäudeversicherung AG ist dabei ein gesunder Mittelweg zwischen adäquater Risikoabbildung und Erhöhung der Bedeckungsquote die wahrscheinlich beste Variante.

Die Bedeckungsquote, als Verhältnis der Kapitalanforderung (SCR) zu den ökonomischen Eigenmitteln (ASM) vergrößert sich, wenn sich die Kapitalanforderung verringert. Die Bedeckungsquote ist die zentrale Kennzahl des GDV-Standardansatzes und wird auch im Partialmodell als Ergebnisgröße verwendet. Wie also lässt sich nun die Kapitalanforderung aus dem GDV-Standardansatz mit Hilfe einer angemesseneren Risikoabbildung – also einer internen stochastischen Modellierung gewisser Risiken – verringern?

Speziell das Katastrophenrisiko, gilt für die SV Gebäudeversicherung AG als größter Risikotreiber und wurde in dieser Arbeit explizit gewürdigt. Zum Einen im GDV-Standardansatz und zum Anderen im internen stochastischen Risikomodell.

Im GDV-Standardansatz weist das Katastrophenrisiko, als eines von elf Berechnungsmodulen einen Anteil von über 66% am Gesamtrisikokapital auf. Des Weiteren ist, wie bereits gewürdigt, die Modellierung des Katastrophenrisikos im Standardansatz unverhältnismäßig zur Rückversicherungsstrategie der SV Gebäudeversicherung AG. Es liegt somit nahe, dass für die Konstruktion eines Partialmodells für die SV Gebäudeversicherung AG das Katastrophenrisiko eine große Rolle spielt.

Vergleicht man allein den Bruttoschaden der Elementargefahren Sturm/Hagel, Hochwasser und Erdbeben, die im Standardansatz und im internen Modell ermittelt werden, kommt es zu relevanten Unterschieden. Während Sturm/Hagel ähnliche

Bruttoschäden aufweisen, halbieren sich im internen Modell jeweils die Bruttoschäden für Überschwemmung und Erdbeben. Angenommen, man würde den Standardansatz weiter verfolgen und die Nettoschäden mit Hilfe der Modellierung aus dem Standardansatz ermitteln, würde die Bedeckungsquote um 100 Prozentpunkte steigen (siehe Abbildung 16). Aber wie bereits dargelegt, kann diese Rückversicherungsstruktur aus dem Standardansatz nicht für eine realitätsnahe Betrachtung verwendet werden.

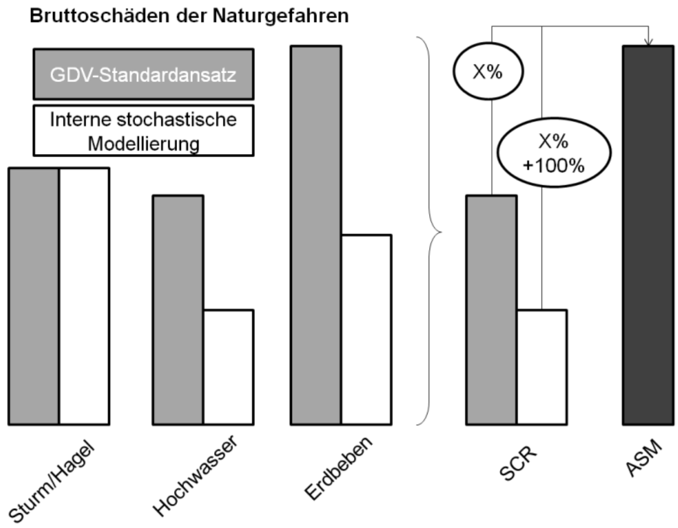


Abbildung 16: PM bei stochastischer interner Modellierung der Bruttoschäden Naturgefahren

Ermittelt man auch den Nettoschaden unter Zuhilfenahme des internen Modells, in dem die exakte Rückversicherungsstrategie der SV Gebäudeversicherung AG modelliert wurde, so ergibt sich eine unternehmensindividuelle Risikoeinschätzung, die das Risiko Naturgefahren adäquat abbildet. Ein Vergleich der Nettoschäden des Katastrophenrisikos aus dem Standardansatz und dem internen Modell zeigt eine Verringerung des geforderten Risikokapitals für Naturkatastrophen um fast ein Viertel.

Ermittelt man die restlichen Kapitalanforderungen (Marktrisiko, Ausfallrisiko, etc.) der jeweiligen Module über den Standardansatz wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, verringert sich das geforderte Gesamtrisikokapital um etwa 20 Prozent. Dies ist auf die jeweiligen Diversifikationseffekte und Aggregation zwischen den Subrisiko- und Risikomodulen zurückzuführen. Dies ist auch ausschlaggebend für die Bedeckungsquote, welche mit einer Erhöhung um 50 Prozentpunkte deutlich ansteigt (siehe Abbildung 17).

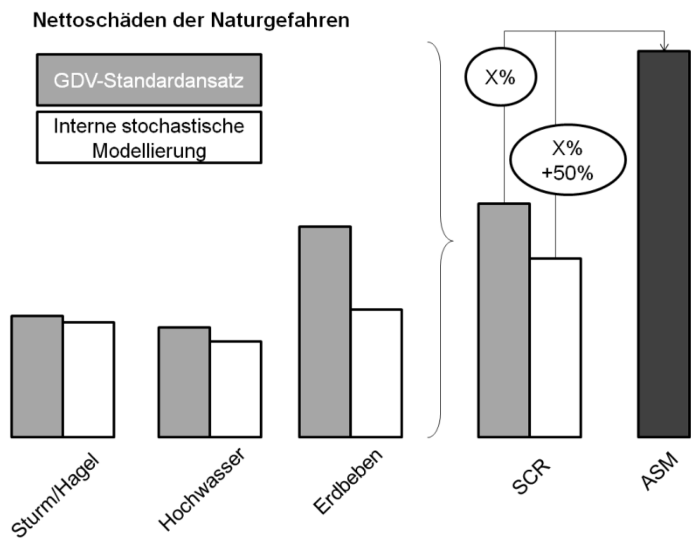


Abbildung 17: PM bei stochastischer interner Modellierung der Nettoschäden Naturgefahren

Jetzt ist nur noch zu klären, ob solch ein Austausch überhaupt rechtmäßig ist. Werden durch einen Austausch des Naturkatastrophenrisikos bestimmte Vorschriften verletzt oder hat dieses Subrisikomodul gar Einfluss auf Berechnungen anderer Subrisikomodule, die dadurch nicht mehr mit Hilfe des Standardansatzes ermittelt werden können? Speziell für das Prämien- und Reserverisiko, welches im selben Risikomodul berechnet wird wie das Katastrophenrisiko, ist diese Frage entscheidend.

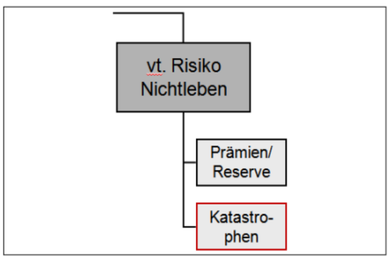


Abbildung 18: Ausschnitt Partialmodell

Der GDV-Standardansatz wurde so konstruiert, dass alle Subrisikomodule zueinander völlig unabhängig sind und der einfache Austausch einzelner Subrisikomodule unkompliziert vollzogen werden kann. So kann beispielsweise dem vt. Risikomodul Nichtleben das Subrisikomodul Katastrophenrisiko entnommen werden. Das Katastrophenrisiko kann folglich mit einem internen stochastischen Risikomodell ermittelt und anschließend ohne Bedenken in die SCR-Struktur implementiert werden. Auf das Subrisikomodul Prämien- und Reserverisiko hat diese Umstrukturierung keine Auswirkung.

Die Rückversicherungsstrategie der SV SparkassenVersicherung orientiert sich am zweihundertjährigen Ereignis. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Schadengrenze innerhalb eines Jahres überschritten wird, liegt also bei 0,5 Prozent. Dies ist zum Standardansatz konsistent und kann daher in das Partialmodell integriert werden, ohne irgendwelche Vorschriften zu verletzen.

Der Fokus dieser Arbeit wurde von vornherein auf die Bewertung der Naturkatastrophen gelegt, da durch das einzigartige Versicherungsportfolio der SV Gebäudeversicherung AG, insbesondere der Risikotreiber Naturkatastrophen ausgemacht wurde.

Die anderen Module, wie beispielsweise die Berechnung der Kapitalanforderungen für das Marktrisiko würden zwar vom internen Modell durchaus passender ermittelt werden, weisen aber im Vergleich zu den vt. Risiken keine so bedeutende Differenz auf, um dafür Berechnungen mit einem internen Modell vorzunehmen. Des Weiteren ermitteln diese Module aus dem Standardansatz die Risikokapitalanforderung verhältnismäßig „gut“ und bilden das Risiko adäquat ab.

5.3 Vorschlag eines Partialmodells

Mit den gesammelten Erfahrungen aus den vorherigen Abschnitten lässt sich abschließend folgende Aussage für ein Partialmodell treffen:

Als Basis dient der GDV-Standardansatz mit seiner SCR-Berechnung (gesamte Risikokapitalanforderung). Einzelne Module lassen sich ohne weiteres austauschen und das geforderte Risikokapital mit Hilfe eines internen stochastischen Risikomodells ermitteln.

Für die SV Gebäudeversicherung AG sind die Gefahren resultierend aus Naturkatastrophen von besonderer Bedeutung und sollten eine möglichst unternehmensindividuelle Risikomodellierung aufweisen. Da der Standardansatz dies nicht anbieten kann, wird im Subrisikomodul Katastrophen das Risikokapital für die

Naturgefahren unter Einsatz des internen Modells ermittelt. Wie in den vorherigen Abschnitten geschildert, schließt das den Rückversicherungsschutz mit ein.
Die weiteren Kapitalanforderungen der jeweiligen Module werden nach wie vor über den Standardansatz ermittelt. Darüber hinaus werden ebenso die Korrelationen aus dem Standardansatz verwendet und die Risikomodule mit den bekannten Korrelationsmatrizen aggregiert.

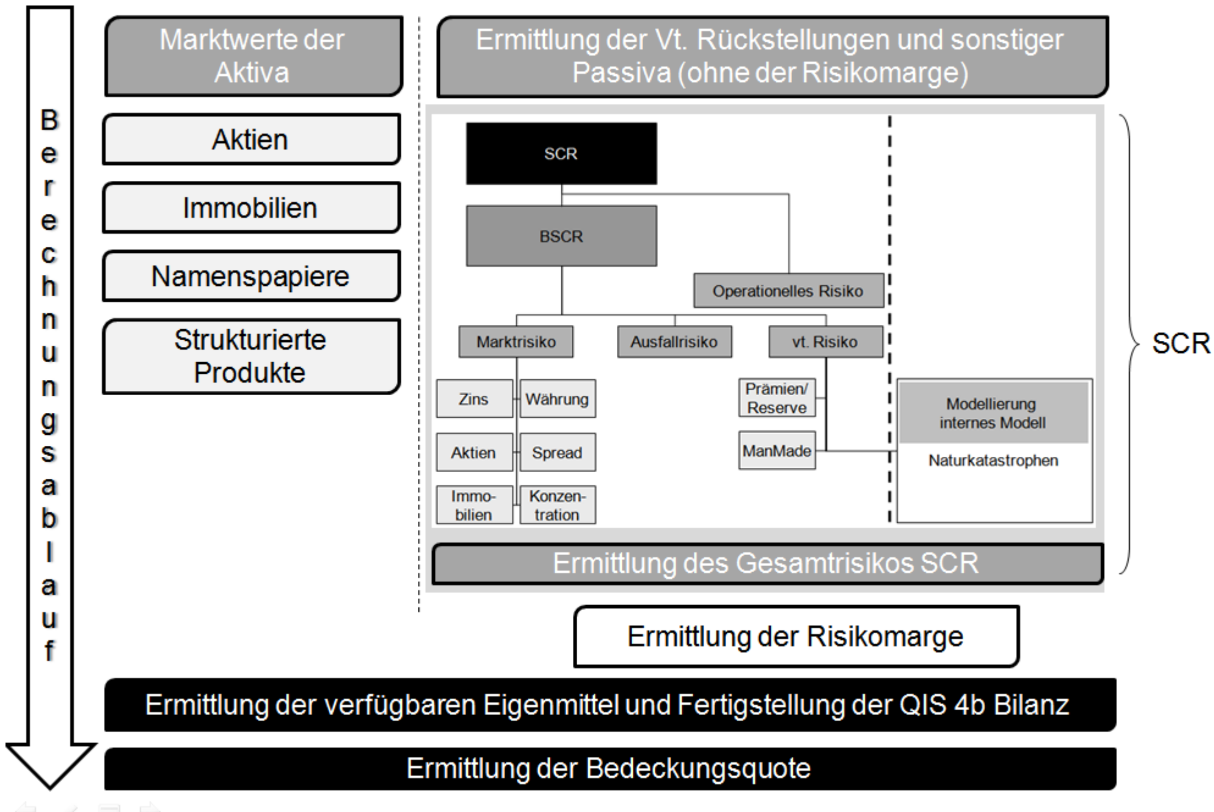


Abbildung 19: Komponenten des Partialmodells

Wie in Abbildung 19 ersichtlich, hat sich am Berechnungsablauf des Modells nichts verändert. So wird im Standardansatz nicht nur die SCR-Struktur zum großen Teil beibehalten, sondern auch für die Berechnung der QIS4b-Bilanz sind keine Änderungen entstanden. Dies hat zum einem den Vorteil, weiterhin über eine einfache Berechnung den gesetzlichen Anforderungen unter Solvency II nachkommen zu können. Zum anderen kann nach wie vor das Excel-Sheet, welches der GDV zur Berechnung des Standardansatzes bereitstellt genutzt werden.
Auch wenn man oberflächlich betrachtet nur einen scheinbar kleinen Teil des Standardansatzes austauscht, wirkt sich dies doch im Ergebnis stark aus. Das macht

deutlich, wie viel Risikopotenzial in der Gefahrenkategorie Naturkatastrophen bei der SV Gebäudeversicherung AG steckt und wie unangemessen dieses Risiko im Standardansatz modelliert wurde. Speziell für die SV Gebäudeversicherung AG mit einem europaweit einzigartigem Versicherungsbestand an Gebäuden.

6 Zusammenfassung

Bei der Untersuchung des GDV-Standardansatzes stellte sich schnell heraus, dass die Risikomodellierung der Naturkatastrophen für die SV SparkassenVersicherung unsachgemäß ist. Besonders bei dem Berücksichtigen der Risikominderungseffekte in Form des Rückversicherungsschutzes bei Naturkatastrophen, ist das Vorgehen aus dem Standardansatz keine gute Methode, um das Risiko angemessen abzubilden.

Das interne Modell der SV Gebäudeversicherung AG bildet zwar die gesamte Risikosituation des Unternehmens detailgetreu ab, kann aber durch die fehlende Zertifizierung die aufsichtsrechtlichen Anforderungen zur Solvenzkapitalberechnung nicht liefern. Wenngleich die Investitionsentscheidungen und die Unternehmenssteuerung des Managements von diesem internen Modell ausgehen. Auf eine vollständige Zertifizierung wird von der SV Gebäudeversicherung AG bis auf Weiteres durch die im Abschnitt 4.5 gewürdigten Gründe verzichtet.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Partialmodell, in dem einzig die Naturkatastrophenmodellierung ausgehend vom internen Modell stochastisch modelliert wird, ist eine sehr gute Option einen erfolgreichen Mittelweg zwischen individueller Struktur und erforderlichen Aufwändungen zu wählen. Zum Einen wird mit dem Partialmodell eine deutliche Minderung des Risikokapitals und damit eine Steigerung der Bedeckungsquote erwirkt, obwohl der GDV-Standardansatz überwiegend gleich geblieben ist und einzig die Naturkatastrophenmodellierung inklusive der Rückversicherung ersetzt wurde. Zum Anderen wird der Aufwand einer Zertifizierung erheblich reduziert, da nur Teile des internen Modells der SV Gebäudeversicherung AG von der BaFin geprüft würden (das Modell der Basis- und Großschadenmodellierung, das Modell der Naturkatastrophenmodellierung und das Modell der Rückversicherungsmodellierung). Eine weitere Möglichkeit ist das Partialmodell als Übergangsmodell zu wählen, um die erforderliche Aufwändung einer vollständigen Zertifizierung aufzusplitten. Dabei können in einem ersten Schritt die Submodelle zur Berechnung des Katastrophenrisikos geprüft werden, mit dem Ziel des hier vorgeschlagenen Partialmodells. Zu einem späteren Zeitpunkt können dann die zusätzlichen Submodelle aus dem internen Modell zertifiziert und ein vollständiges internes Modell für die Ermittlung der Risikokapitalanforderungen verwendet werden. Egal wie die Risikosituation der SV Gebäudeversicherung AG auch abgebildet wird, die Modelle basieren alle auf historischen und unternehmensindividuellen Daten, womit einzig eine Schätzung für zukünftige Gefahren erfolgen kann. Das Risikoausmaß, welches das Versicherungsunternehmen treffen kann, ist und bleibt nicht genau vorhersehbar. „Die Zukunft aus der Vergangenheit ableiten zu wollen, ist ein keineswegs unproblematisches Unterfangen. Dennoch ist es eine sinnvolle Tätigkeit. Eine andere Möglichkeit, sich der Ungewissheit der Zukunft zu nähern, gibt es nicht.“[73]

[73] [17] Pohlhausen (1999), S. 466.

Anhang 1: Tabellen und Grafiken aus dem Standardansatz

Die Credibility Faktoren:

c_{lob}		Number of historical years of data available (excluding the first 3 years after the line of business was first written)														
Maximum value of n_{lob}		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	15	0	0	0	0	0	0	0,64	0,67	0,69	0,71	0,73	0,75	0,76	0,78	0,79
	10	0	0	0	0	0,64	0,69	0,72	0,74	0,76	0,79	-	-	-	-	-
	5	0	0	0,64	0,72	0,79	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Die Markteinheitliche Standardabweichung des Prämienrisikos:

LOB =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sigma_{(M,prem,lob)}$	9%	9%	12.5%	10%	12.5%	15%	5%	7.5%	11%	15%	15%	15%

Die Standardabweichung des Reserverisikos:

LOB =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sigma_{(res,lob)}$	12%	7%	10%	10%	15%	15%	10%	10%	10%	15%	15%	15%

Die Korrelationsmatrix der Gesamtstandardabweichung:

CorrLob	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1: KH	1											
2: KF	0,5	1										
3: MAT	0,5	0,25	1									
4: Sach	0,25	0,25	0,25	1								
5: H	0,5	0,25	0,25	0,25	1							
6: KK	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1						
7: R	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1					
8: Bei	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1				

9: sonst	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1			
10: RVSach	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	1		
11: RVSonst	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	
12: RVMat	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	1

Die Korrelationsmatrix der NatCat:

CorrSCR	Sturm	Flut	Erdbeben	Auto
Strum	1			
Flut	0,1	1		
Erdbeben	0	0	1	
Auto	0,6	0,1	0	1

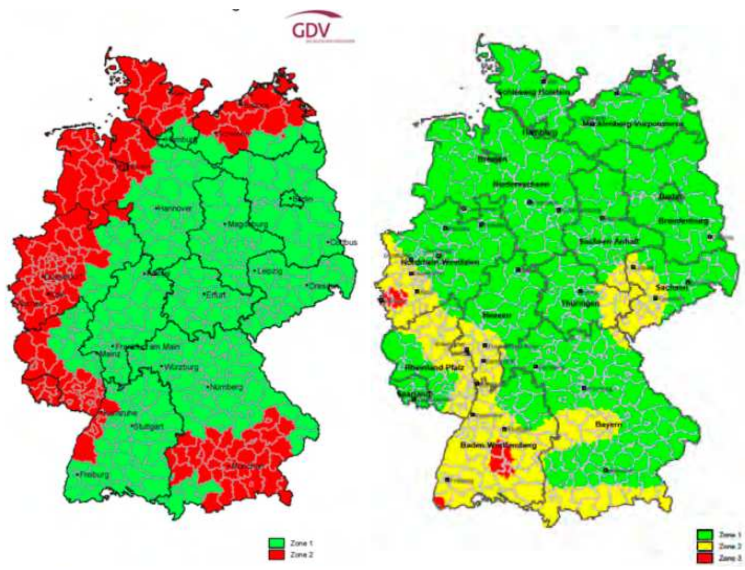
Die Korrelationsmatrix des Marktrisikos:

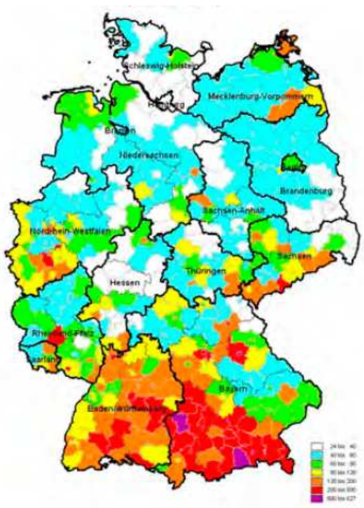
CorrMkt	Mkt_{int}	Mkt_{eq}	Mkt_{prop}	Mkt_{sp}	Mkt_{conc}	Mkt_{fx}
Mkt_{int}	1					
Mkt_{eq}	0	1				
Mkt_{prop}	0.5	0.75	1			
Mkt_{sp}	0.25	0.25	0.25	1		
Mkt_{conc}	0	0	0	0	1	
Mkt_{fx}	0.25	0.25	0.25	0.25	0	1

Werte der Zinsstrukturkurve:

Zeit	vor Stress	Zeit	vor Stress	Zeit	vor Stress
1/4	2,8920%	17	3,9642%	35	3,2549%
1/2	2,9713%	18	3,9490%	36	3,2241%
1	2,5440%	19	3,9354%	37	3,1949%
2	2,6808%	20	3,9232%	38	3,1673%
3	2,9543%	21	3,8548%	39	3,1411%
4	3,1274%	22	3,7926%	40	3,1162%
5	3,2615%	23	3,7360%	41	3,1023%
6	3,3926%	24	3,6840%	42	3,0890%
7	3,5071%	25	3,6363%	43	3,0764%
8	3,5998%	26	3,5909%	44	3,0643%
9	3,7217%	27	3,5490%	45	3,0527%
10	3,7954%	28	3,5101%	46	3,0417%
11	3,8733%	29	3,4739%	47	3,0311%
12	3,9383%	30	3,4401%	48	3,0210%
13	3,9623%	31	3,3982%	49	3,0113%
14	3,9829%	32	3,3590%	50	3,0020%
15	4,0008%	33	3,3222%		
16	3,9814%	34	3,2876%		

Übersicht Regionalfaktoren Sturm, Erdbeben und AutoKasko:





Übersicht der Qualitätsklassen Tier für die Bestimmung der anrechenbaren Eigenmittel:

Qualität	Einstufung	Mindestanforderung	Mindestanforderung	Mindestanforderung	Mindestanforderung
Höchste	Klasse (Tier) 1	Volle Verlustteilnahme im laufenden Geschäft und volle Verlustteilnahme in der Insolvenz	mindestens 10 Jahre Laufzeit vom Emissionsdatum an; Step-up frühestens 10 Jahre nach Emissionsdatum zu max. 100 bps oder 50% initial credit spread	Rückzahlung muss bei „trigger point" trotz Fälligkeit verschoben werden, wenn keine aufsichtsbehördliche Zustimmung vorliegt oder gleichwertige Kapitalersetzung erfolgt	Kuponzahlung muss bei Bruch des MCR ausgesetzt werden können
Mittlere	Klasse (Tier) 2	Nachrangigkeit = Volle Verlustteil-nahme in der Insolvenz	mindestens 5 Jahre Laufzeit vom Emissionsdatum an; Step-up frühestens 5 Jahre nach Emissionsdatum zu max. 100 bps oder 50% initial credit spread	Rückzahlung muss bei „trigger point" trotz Fälligkeit verschoben werden, wenn keine aufsichtsbehördliche Zustimmung vorliegt oder gleichwertige Kapitalersetzung erfolgt	Kuponzahlung muss bei Bruch des MCR verschoben werden können
Niedrigere	Klasse (Tier) 3	Volle Verlustteilnahme in der Insolvenz			

ANHANG 2: TABELLEN UND GRAFIKEN DER SCHADENKALIBRIERUNG

Fiktives Beispiel für Kumulereignisse:

Zeitspanne: 72 Stunden

Kumulschadengrenze: 2 Mio. EUR

Gefahr	Datum	indizierter Aufwand	indizierte Kumulaufwand
…			
Hagel	13. Aug 99	22.786	
Hagel	14. Aug 99	65.789	
Hagel	15. Aug 99	66.889	
Hagel	16. Aug 99	1.363	
Hagel	17. Aug 99	34.456	
Hagel	18. Aug 99	19.765	
Hagel	19. Aug 99	780.078	
Hagel	20. Aug 99	990.440	
Hagel	21. Aug 99	654.375	2.424.893
Hagel	22. Aug 99	67.790	
Hagel	23. Aug 99	12.357	
Hagel	24. Aug 99	9.757	
Hagel	25. Aug 99	23.567	
…			

ANHANG 3: DAS ALLGEMEINE MODELL DER RISIKOTHEORIE

Die Grundidee des allgemeinen Modells der Risikotheorie besteht darin, die von einem Versicherungsportfolio verursachten Schäden unabhängig von den konkreten Risiken zu sehen. Es ist also nicht von Bedeutung, welches Risiko einen bestimmten Schaden verursacht. Im Vordergrund steht das Kollektiv an Risiken, in dem die Schadenhöhen unabhängig und identisch für die Schadenhöhen der einzelnen Schäden verteilt sind. Man spricht vom kollektiven Modell der Risikotheorie.

Die Zufallsvariable für den Gesamtschaden ergibt sich nach dem kollektiven Modell der Risikotheorie wie folgt:

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

mit

N := Zufallsvariable für die Schadenanzahl;

X_i := Zufallsvariable für die Schadenhöhe des i-ten Schadens.

Die Schadenhöhen sind identisch verteilt und alle Zufallsvariablen $N, X_1, \dots, X_N$ sind voneinander stochastisch unabhängig

ANHANG 4: DIE MAXIMUM-LIKELIHOOD-METHODE AM BEISPIEL DER LOGARITHMISCHEN NORMAL-VERTEILUNG

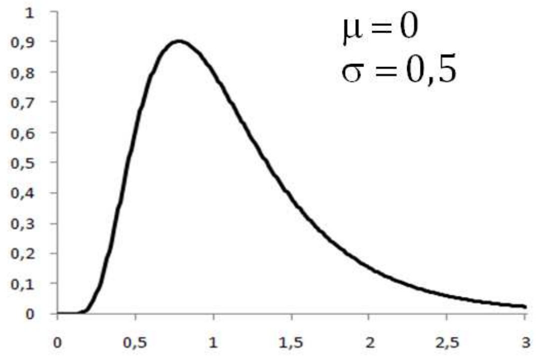
Die Dichtefunktion von X mit den unbekannten Parametern μ und σ^2 ist:

$$f(X; \mu; \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln[x]-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

mit

X := Konkrete Stichprobe $x_1, \dots, x_n$ mit n unabhängigen Beobachtungen.

Dichte der Logarithmischen Normal-Verteilung[74] $f(X; \mu; \sigma^2)$:



Damit ergibt sich die folgende Likelihood Funktion:

$$L(\mu; \sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x_i} e^{-\frac{(\ln[x_i]-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right)$$

Durch Logarithmieren ergibt sich die Log-Likelihood Funktion:

$$\ln L(\mu; \sigma^2) = \ln \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{(\ln[x_i] - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

[74] Quelle: [16] Müller (1991), S. 551.

$$= -\frac{n}{2}\ln 2\pi - n\ln\sigma - \sum_{i=1}^{n}\ln[x_i] - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(\ln[x_i]-\mu)^2$$

Indem man die ersten Ableitungen der Log-Likelihood Funktion jeweils nach den unbekannten Parametern μ und σ^2 bildet und Null setzt, ergibt sich das Maximum der Log-Likelihood Funktion wie folgt:

$$\frac{\partial \ln L(\mu;\sigma^2)}{\partial\mu} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(\ln[x_i]-\mu)$$

$$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(\ln[x_i]-\mu) = 0$$

$$\mu = \left(\sum_{i=1}^{n}\ln[x_i]\right)\Big/n$$

und

$$\frac{\partial \ln L(\mu;\sigma^2)}{\partial\sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \frac{2}{2\sigma^3}\sum_{i=1}^{n}(\ln[x_i]-\mu)^2$$

$$-\frac{n}{\sigma} + \frac{2}{2\sigma^3}\sum_{i=1}^{n}(\ln[x_i]-\mu)^2 = 0$$

$$\sigma^2 = \left(\sum_{i=1}^{n}(\ln[x_i]-\mu)^2\right)\Big/n$$

Mit den ML-Schätzer für die gesuchten Parameter μ und σ^2 lässt sich nun die konkrete Stichprobe mithilfe der Logarithmischen Normalverteilung charakterisieren. Ob diese Verteilung auch die konkrete Stichprobe adäquat abbildet kann man nun mit Hilfe quantitativer Testmethoden (Signifikanztests/Anpassungstests) ermitteln.

ANHANG 5: ÜBERSICHT WICHTIGER VERTEILUNGEN

Diskrete Verteilungen:

Name der Verteilung	**Zähldichte**	**Erwartungs-wert**	**Varianz**
Poissonverteilung	$\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
Binomialverteilung	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, $n \in \mathbb{N}_0$ $p \in \mathbb{R}, 0 < p \leq 1$	np	$np(1-p)$
Negative Binomialverteilung	$\binom{n+k-1}{k} q^r (1-q)^k$, $n \in \mathbb{R}^+$ $q \in \mathbb{R}, 0 < q < 1$	$\frac{nq}{(1-q)}$	$\frac{nq}{(1-q)^2}$

Stetige Verteilungen:

Name der Verteilung	**Zähldichte**	**Erwartungs-wert**	**Varianz**
Normalverteilung	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $\mu \in \mathbb{R}$ $\sigma > 0$	μ	σ^2
Logarithmische Normal-Verteilung	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $\mu \in \mathbb{R}$ $\sigma > 0$	$e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)$
Gamma-Verteilung	$\frac{b^p}{\Gamma(p)} e^{-bx} x^{p-1}$ $x > 0$ $p > 0$ $b > 0$	$\frac{p}{b^2}$	$\frac{1}{\sqrt{p}}$

Logarithmische Gamma-Verteilung	$\frac{b^p}{\Gamma(p)} x^{-(b+1)} (\ln x)^{p-1}$ $x > 0$ $p > 0$ $b > 0$	$\left(1 - \frac{1}{b}\right)^p$	$\left(1 - \frac{2}{b}\right)^{-p} - \left(1 - \frac{1}{b}\right)^{-2p}$
Burr-Verteilung	$\frac{ab}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{b-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\lambda}\right)^b\right)^{-(a+1)}$ $x > 0$ $a > 0$ $b > 0$ $\lambda > 0$		
Weibull-Verteilung	$\frac{p}{a} \left(\frac{x}{a}\right)^{p-1} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^p}$ $x > 0$ $p > 0$ $a > 0$	$a\Gamma\left(\frac{1}{p} + 1\right)$	$a^2 \left(\Gamma\left(\frac{2}{p} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{p} + 1\right)\right)$
Pareto-Verteilung	$\frac{a}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{-(a+1)}$ $x > b$ $a > 0$ $b > 0$	$\frac{ab}{a-1}$	$b^2 \left(\frac{a}{a-2} - \frac{a^2}{(a-1)^2}\right)$

Für einen detailierten Überblick siehe [16] Müller (1991), S. 548 ff.

LITERATURVERZEICHNIS

[1] GDV (2009), Testanleitung für die QIS4b.

[2] GDV (2009), Ergebnisse der vierten quantitativen Auswirkungsstudie zu Solvency II.

[3] GDV (2009), Methoden zur Schätzung von Schaden- und Prämienrückstellungen.

[4] GDV (2009), QIS4b Best Estimate Tool UserGide.

[5] GDV (2009), Kumul- und Großrisiken in Solvency II.

[6] GDV (2006), Anforderung an Interne Modelle.

[7] KPMG (O.J.), Solvency II: unser Drei-Säulen-Modell, www.kpmg.de/Themen/1801.htm, 08.01.10

[8] CEIOPS (2008), QIS4 Technical Specification (MARKT/2505/08).

[9] Schradin und Ehrlich (2009), QIS4- Konzeption des Gesamtbilanzansatzes für Schaden Unfallversicherer.

[10] Versicherungswirtschaft (11/2008).

[11] FMA- Finanzmarktaufsicht (2008), Eigenmittel Section 2

[12] DGVFM (2008), Interne Risikomodelle in der Schaden-/Unfallversicherung

[13] Diers und Zwiesler (O.J), Interne Unternehmensmodelle.

[14] Bredner (2010), Prozessfähigkeit bewerten, Kennzahlen für normalverteilte und nicht-normalverteilte Merkmale.

[15] Diers (2007), Interne Unternehmensmodelle in der Schaden- und Unfallversicherung.

[16] Müller (1991), Lexikon der Stochastik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik.

[17] Pohlhausen (1999), Gedanken zur Überschwemmungsversicherung in Deutschland

ERKLÄRUNG

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Rossau, 01.06.2010 Philipp Munz